

## BAB II

### TINJAUAN PUSTAKA DAN KERANGKA BERPIKIR

#### 2.1 Optimalisasi

Prinsip optimal secara inheren mengandung arti bahwa usaha optimalisasi selalu terjadi dalam suatu kondisi yang dibatasi oleh berbagai kendala. Hal ini merupakan karakteristik krusial yang tidak dapat dipisahkan dari kondisi optimal. Optimalisasi sendiri dapat merupakan suatu usaha maksimalisasi atau minimalisasi yang terkendala, yaitu usaha yang harus memenuhi berbagai persyaratan tertentu.

Prinsip optimal juga terkandung dalam setiap solusi rekayasa (*engineering solution*), misalnya dalam merancang sistem struktur ataupun bangunan, yakni agar hasilnya dapat berfungsi maksimal dengan biaya minimal atau semurah-murahnya. Makin kecil biaya yang dipergunakan dan usaha yang dilakukan, makin efisien kinerja rancangan (desain) tersebut.

#### 2.2 Desain Rekayasa Vs Analisis

Desain Rekayasa (*engineering design*) pada umumnya adalah mengorganisasi berbagai bagian dengan berbagai sifatnya yang khas menjadi suatu entitas (satuan) yang dapat bekerja efisien dalam menjawab suatu masalah dan mencapai tujuan atau obyektif tertentu. Artinya desain yang dirancang harus berbiaya rendah dan dari perspektif hasil (kualitas) harus setinggi mungkin. Sering kali data atau informasi mengenai berbagai sifat khas tersebut tidak langsung tersedia bagi si Desainer sehingga desain sering kali dibangun secara coba-coba (*trial and error*) dengan memasukkan atau menghilangkan berbagai bagian dari desain.

Sementara analisis adalah mengurai suatu entitas atau sistem yang sudah ada ke dalam berbagai bagian yang mandiri untuk mengetahui kontribusinya pada kinerja entitas secara keseluruhan. Oleh karena itu, dalam analisis perlu dilakukan

perhitungan atau komputasi untuk dapat mengukur kinerja entitas ataupun berbagai bagiannya terhadap suatu masukan (*input*) yang diberikan kepada entitas. Apabila hasil analisis menunjukkan bahwa desain tidak memenuhi kriteria yang ditentukan, desain perlu dibangun dengan desain yang sama sekali baru. Oleh karena itu, kemampuan analisis harus tersedia seiring dengan berlakunya proses desain.

### 2.3 Variabel Desain

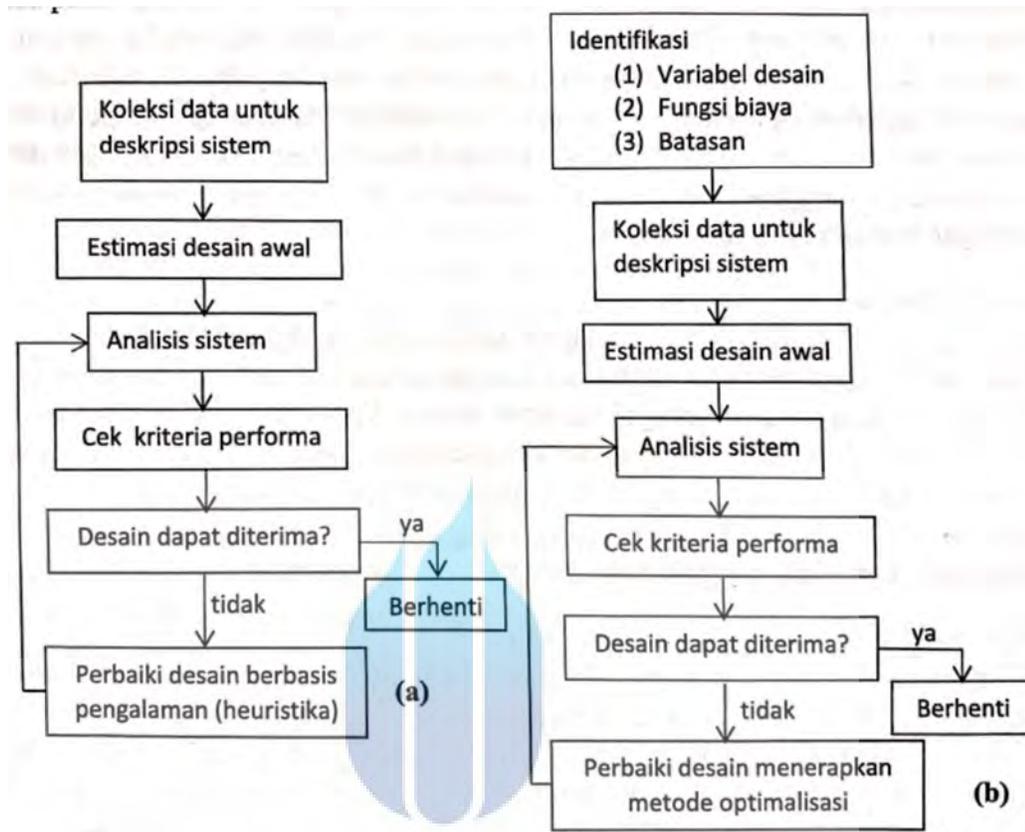
Di dalam desain, hadir faktor pengubah yang dikenal sebagai variabel desain. Variabel tersebut dapat terdiri dari koordinat berbagai titik yang menentukan bentuk entitas secara menyeluruh, jumlah dan dimensi dari elemen-elemen, interkoneksi antar-bagian elemen tersebut, bahan yang dipergunakan dan lainnya.

### 2.4 Desain Konvensional Vs Desain Optimal

Proses desain konvensional diawali dengan pengumpulan data untuk mendeskripsi sistem masalahnya. Kemudian, dibuat estimasi awal dilanjutkan dengan analisis sistemnya. Lalu, dicocokkan (*check*) performa sistem terhadap kriteria desain. Apabila desain telah cukup memuaskan, desain dapat diterima. Apabila dianggap kurang atau tidak memuaskan, desain diubah secara heuristika berdasarkan pengalaman. Selanjutnya, langkah-langkah yang sebelumnya telah dilakukan diulang lagi dari awal sampai diperoleh suatu desain yang dapat diterima.

Adapun pada desain optimal, proses diawali dengan identifikasi variabel desain, fungsi biaya (*cost function*) dan batasan atau kendala yang tidak boleh dilanggar. Kemudian, dilakukan analisis dari sistemnya. Lalu, diperiksa (*check*) apakah batasan dan kendala dipenuhi. Selanjutnya, diperiksa apakah kriteria konvergensi desain telah tercapai. Apabila hasil desain telah konvergen, desain yang diperoleh dapat diterima dan proses desain dapat dihentikan. Apabila kriteria belum terpenuhi, desain diperbaiki dengan melakukan suatu proses optimalisasi.

Selanjutnya langkah yang telah diambil sebelumnya diulang lagi sampai hasil desain memenuhi kriteria konvergensi yang telah ditetapkan.



Gambar 2.1 (a) Alur Desain Komvensional dan (b) Alur Desain Optimal  
(Fundamental Optimalisasi dalam Rekayasa Struktur, Besari, M. S., 2021)

## 2.5 Struktur Atas

Struktur atas atau *upper structure* adalah bagian dari struktur yang berfungsi menerima kombinasi pembebanan, yaitu beban mati, beban hidup, berat sendiri struktur dan beban lainnya yang direncanakan.

## 2.6 Pembebanan

### 2.6.1 Pembebanan Statis

Beban statis adalah beban yang bekerja secara terus-menerus pada suatu struktur. Beban statis juga diasumsikan dengan beban-beban yang secara perlahan-lahan

timbul serta mempunyai variabel besaran yang bersifat tetap (*steady states*). Beban statis ini seperti, beban mati dan beban hidup yang terjadi pada gedung.

#### 1. Beban Mati

Menurut SNI 1727:2020, beban mati adalah berat seluruh bahan konstruksi bangunan gedung yang terpasang, termasuk dinding, lantai, atap, plafon, tangga, dinding partisi tetap, finishing, klading gedung, komponen arsitektural dan struktural lainnya serta peralatan layan terpasang lain termasuk berat derek dan sistem pengangkut material.

#### 2. Beban Hidup

Menurut SNI 1727:2020, beban hidup adalah beban yang diakibatkan oleh pengguna dan penghuni bangunan gedung atau struktur lain yang tidak termasuk beban konstruksi dan beban lingkungan, seperti beban angin, beban hujan, beban gempa, beban banjir, atau beban mati

#### 3. Beban Hidup Atap

Menurut SNI 1727:2020, beban hidup atap adalah beban pada atap yang diakibatkan (1) selama pemeliharaan oleh pekerja, peralatan, dan material, dan (2) selama masa layan struktur akibat benda bergerak, seperti tanaman pot atau perlengkapan dekoratif kecil serupa lainnya yang bukan terkait hunian, beban hidup terkait hunian pada atap seperti area berkumpul di atap, atap dek dan atap vegetatif atau atap lanskap pada area yang bisa dipakai, diperhitungkan sebagai beban hidup pada atap daripada beban hidup atap

### **2.6.2 Pembebanan Angin**

Beban angin adalah beban yang bekerja pada suatu struktur, akibat pengaruh struktur yang memblok aliran angin, sehingga energi kinetik angin akan dikonversi menjadi tekanan energi potensial, yang menyebabkan terjadinya beban angin. Efek

beban angin pada suatu struktur bergantung pada berat jenis dan kecepatan udara, sudut luas angin, bentuk dan kekakuan struktur, dan faktor-faktor yang lain.

### 2.6.3 Pembebanan Gempa

Gempa bumi adalah fenomena getaran yang dikaitkan dengan kejutan pada kerak bumi. Pada saat bangunan bergetar, timbul gaya-gaya pada struktur bangunan karena adanya kecenderungan massa bangunan untuk mempertahankan dirinya dan gerakan gaya yang timbul disebut gaya inersia.

## 2.7 Kombinasi Pembebanan

Berdasarkan SNI 1727:2020 pasal 2.3.1, disebutkan bahwa struktur, komponen, dan fondasi harus didesain sedemikian rupa sehingga kekuatan desainnya sama atau melebihi efek beban-beban terfaktor dalam kombinasi berikut. Efek dari satu atau lebih beban yang tidak bekerja harus dipertimbangkan. Efek beban seismik harus beban-beban yang dikombinasikan sesuai dengan Pasal 2.3.6. Beban angin dan seismik tidak perlu dianggap bekerja secara simultan. Setiap kondisi batas kekuatan yang relevan harus diselidiki.

1.  $1,4D$
2.  $1,2D + 1,6L + 0,5 (L_r \text{ atau } S \text{ atau } R)$
3.  $1,2D + 1,6 (L_r \text{ atau } S \text{ atau } R) + (L \text{ atau } 0,5W)$
4.  $1,2D + 1,0 W + L + 0,5 (L_r \text{ atau } S \text{ atau } R)$
5.  $0,9D + 1,0W$

Bila struktur mengalami efek beban seismik, kombinasi beban berikut harus diperhitungkan sebagai tambahan pada kombinasi dasar dalam Pasal 2.3.1. Efek yang paling tidak menguntungkan dari beban seismik harus diselidiki, jika sesuai, tetapi tidak perlu diperhitungkan bekerja secara bersamaan dengan beban angin.

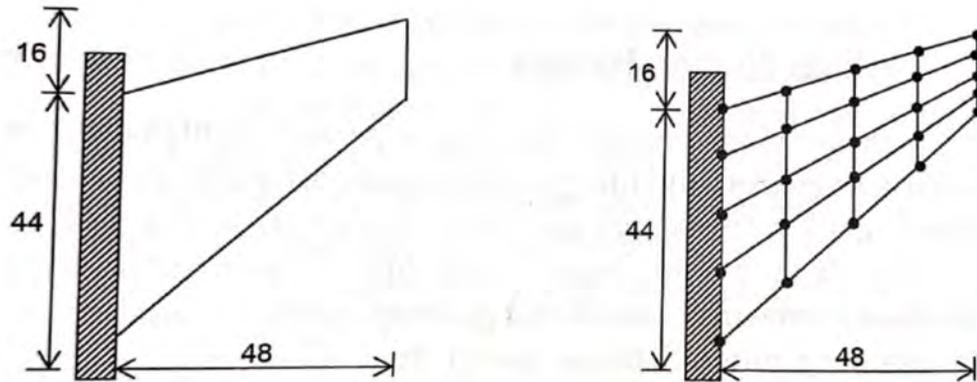
6.  $1,2D + E_v + E_h + L + 0,2S$
7.  $0,9D - E_v + E_h$

## 2.8 Metode Elemen Hingga (*Finite Element Method*)

Untuk mendapat hasil simulasi, persamaan-persamaan matematis yang menentukan model struktur (*governing equations*) perlu diselesaikan. Dalam praktik rekayasa dan penelitian akademis, sistem fisik yang diamati pada umumnya sangat rumit. Model matematisnya dapat melibatkan kontinum dengan bentuk geometri, pembebanan dan kondisi tumpuan yang rumit. Karena kerumitan ini solusi dari *governing equations* dengan metode analitis menjadi sangat sulit atau tidak dapat dilakukan. Oleh karena itu, diperlukan metode penyelesaian numerik untuk mendapatkan solusi dari masalah tersebut. Metode numerik yang terkenal dan banyak digunakan saat ini, terutama untuk analisis struktur, adalah Metode Elemen Hingga (*Finite Element Method*).

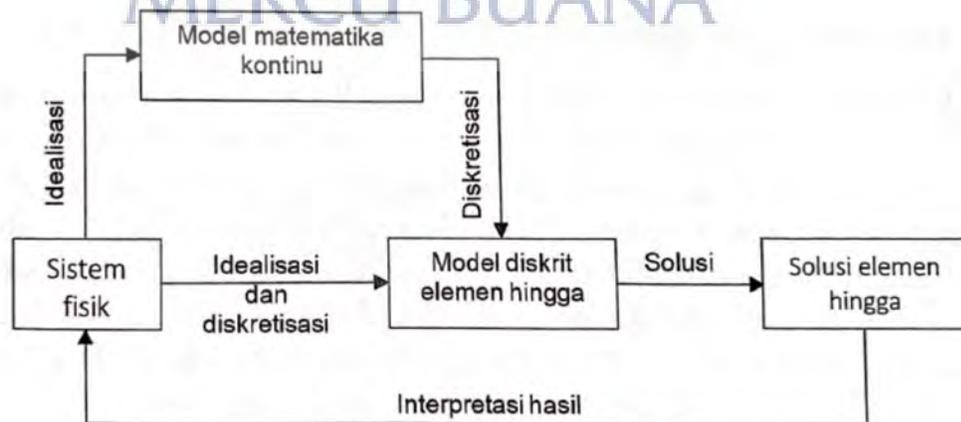
Langkah dasar dan pertama Metode Elemen Hingga (MEH) adalah memodelkan struktur sebagai rakitan (*assemblage*) dari bagian-bagian yang lebih kecil dan berbentuk sederhana. Bagian yang lebih kecil ini disebut elemen hingga, titik yang menghubungkan antara satu elemen dengan elemen-elemen lainnya disebut titik nodal (*node*). Proses kecil (*meshing*) ini merupakan diskretisasi, karena model yang semula kontinu dengan langkah ini menjadi model diskrit. Model diskrit ini disebut model elemen hingga.

Sebagai contoh tinjau suatu model struktur kontinu seperti pada Gambar 2.2 (a) dalam perhitungan dengan MEH, struktur ini perlu didiskretisasi dengan membagi-bagi struktur itu menjadi elemen-elemen segi empat, seperti pada Gambar 2.2 (b).



**Gambar 2. 2 (a) Model Struktur Kontinu dan (b) Model Elemen Hingga yang Diskrit**  
(sumber: Pengantar Metode Elemen Hingga untuk Analisis Struktur, Tjong, W. F., 2021)

Untuk model struktur yang dari mulanya diskrit, diskretisasi dilakukan Ketika melakukan idealisasi struktur. Persamaan model elemen hingga kemudian diperoleh dengan merakit dari persamaan-persamaan semua elemen yang menyusunnya. Hasilnya berupa persamaan aljabar simultan yang sangat banyak (sebanyak jumlah *Degree of Freedom*-nya). Proses perakitan dan kemudian penyelesaian persamaan ini semuanya dilakukan otomatis dengan menggunakan program komputer. Langkah-langkah simulasi atau analisis struktur dengan MEH secara sederhana dapat dilihat pada Gambar 2.3.



**Gambar 2. 3 Langkah-Langkah Simulasi dengan Metode Elemen Hingga**  
(sumber: Pengantar Metode Elemen Hingga untuk Analisis Struktur, Tjong, W. F., 2021)

## 2.9 Prosedur Perhitungan Metode Elemen Hingga-Metode Kekakuan Langsung

Langkah pertama perhitungan MEH adalah mendiskretisasi model struktur kontinu menjadi model diskrit. Setelah menjadi model diskrit, langkah-langkah perhitungan selanjutnya mengikuti langkah-langkah perhitungan Metode Kekakuan Langsung (*Direct Stiffnes Method*, disingkat DSM). Untuk analisis statis linier, langkah-langkahnya adalah sebagai berikut :

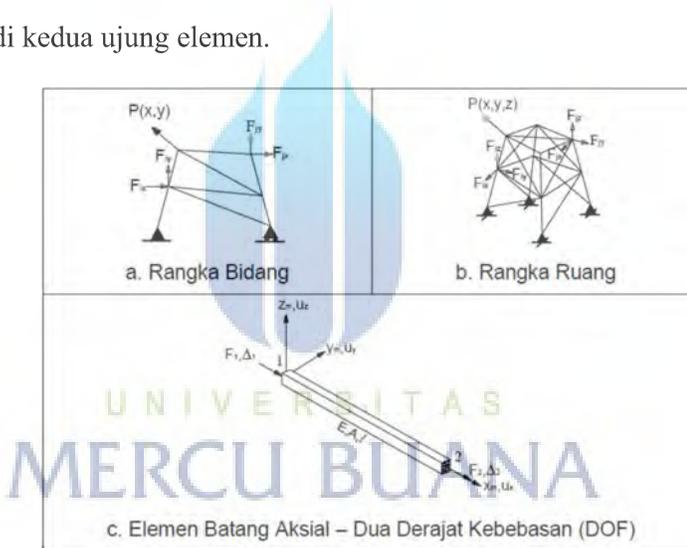
1. Menghitung matriks kekakuan dan vektor (matriks kolom) gaya untuk setiap elemen;
2. Merakit matriks dan vektor pada langkah satu menjadi matriks kekakuan dan vektor gaya struktur;
3. Mengenakan gaya-gaya terpusat yang bekerja pada titik-titik nodal (ditambahkan pada vektor gaya struktur);
4. Mengenakan kondisi batas esensial (kondisi tumpuan) pada persamaan kekakuan struktur;
5. Menyelesaikan persamaan kekakuan struktur untuk memperoleh vektor perpindahan titik-titik nodal struktur; dan
6. Menghitung reaksi perletakan dan tegangan atau gaya-gaya dalam struktur.

## 2.10 Derajat Kebebasan (*Degree of Freedom*, DOF) dan Matrik Kekakuan Struktur

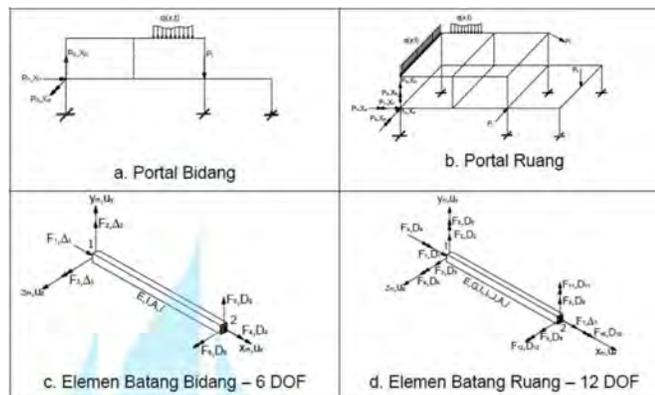
DOF (*Degree of Freedom*) / Derajat kebebasan adalah derajat independensi yang diperlukan untuk menyatakan posisi suatu sistem pada setiap saat. Elemen yang umum digunakan dalam analisis struktur ditetapkan dari tanggap sistem struktur terhadap beban luar. Elemen kerangka/ portal terbagi dalam dua tipe kerangka. Rangka bidang dan rangka ruang merupakan sistem kerangka dengan pertemuan

elemen batang bersifat sendi, sedangkan portal bidang dan portal ruang merupakan susunan elemen batang dengan titik kumpul kaku.

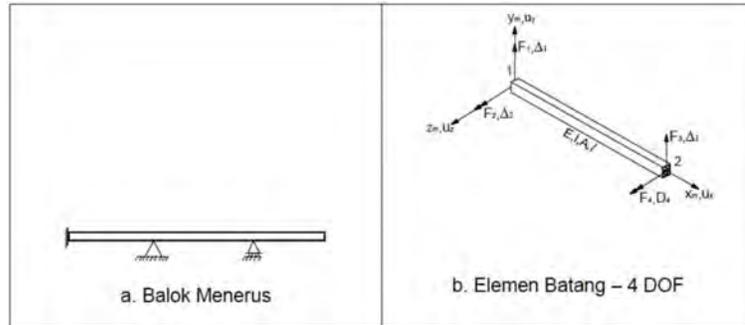
Pada Gambar 2.4, struktur rangka dibagi dalam dua kategori, yaitu rangka bidang dan rangka ruang. Elemen batang yang menyusun rangka adalah elemen batang aksial dengan 2 derajat kebebasan (DOF). Dengan demikian matrik kekakuan elemen terhadap sumbu elemen ( $2 \times 2$ ). Gambar 2.5 menjelaskan sistem struktur portal dengan dua kategori, yaitu portal bidang dan portal ruang. Derajat kebebasan elemen portal bidang enam, yaitu 2 rotasi, 4 translasi di kedua ujung elemen. Bagi balok menerus (Gambar 2.6) terdapat 4 derajat kebebasan elemen, yaitu 2 rotasi, dan 2 translasi di kedua ujung elemen.



Gambar 2. 4 Sistem Struktur Rangka dan Elemen Batang Aksial (sumber : Metode Elemen Hingga, Nasution, A. 2010)



Gambar 2. 5 Sistem Struktur Portal (sumber : Metode Elemen Hingga, Nasution, A. 2010)



**Gambar 2. 6 Sistem Struktur Balok Menerus**  
(sumber : Metode Elemen Hingga, Nasution, A. 2010)

Hubungan antara vektor perpindahan/ rotasi dengan vektor beban ekuivalen adalah :

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ \vdots \\ P_j \\ \vdots \\ P_{30} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & \dots & K_{1j} & \dots & K_{130} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & \dots & K_{2j} & \dots & K_{230} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & \dots & K_{3j} & \dots & K_{330} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{j1} & K_{j2} & K_{j3} & K_{j4} & \dots & K_{jj} & \dots & K_{j30} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{301} & K_{302} & K_{303} & K_{304} & \dots & K_{30j} & \dots & K_{3030} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ \vdots \\ X_j \\ \vdots \\ X_{30} \end{Bmatrix} \text{ atau } \{P\} = [K] \{X\} \dots (2. 1)$$

Dimana :

- {P} = Vektor Ekuivalen Beban
- [K] = Matrik Kekakuan Struktur
- {X} = Besarnya perpindahan/ rotasi setiap simpul

**2.10.1 Derajat Kebebasan (*Degree of Freedom, DOF*) Struktur Portal**

Derajat kebebasan struktur portal dapat dihitung berdasarkan rumus :

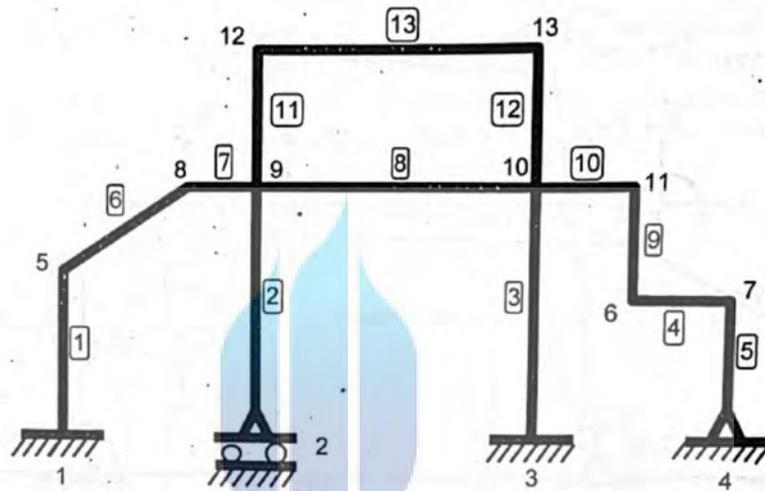
$$NX = 3NJ - 3NFJ - 2NPJ - NR \dots \dots \dots (2. 2)$$

Dimana :

- NJ = Jumlah total titik kumpul, termasuk perletakan
- NFJ = Jumlah titik yang sifatnya jepit
- NPJ = Jumlah titik yang sifatnya sendi
- NR = Jumlah titik yang sifatnya rol

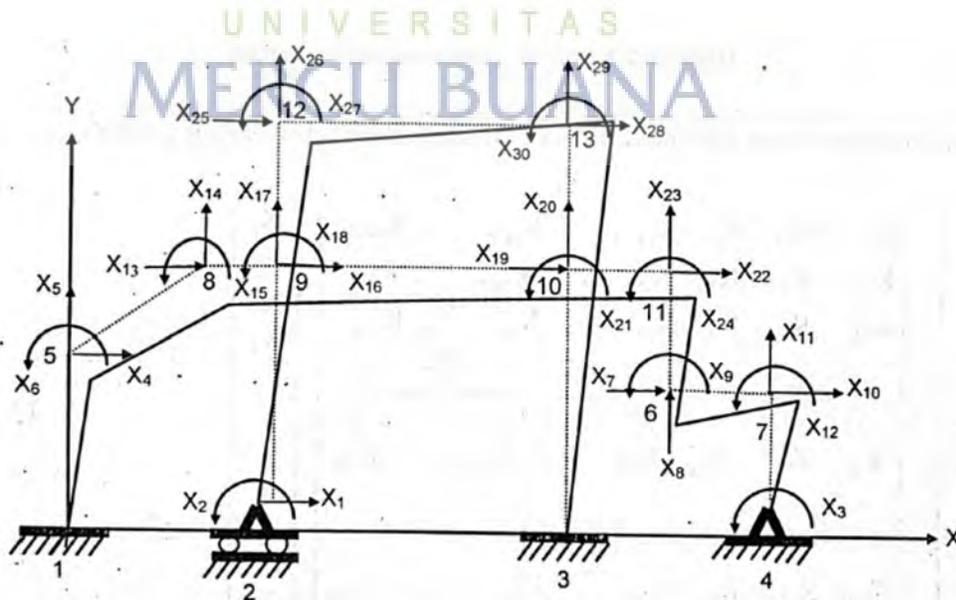
Dengan derajat kebebasan, perpindahan garis elastis yang menyatakan perubahan posisi sistem struktur dapat dihitung. Gambar 2.8 memperlihatkan perubahan posisi sistem secara skematik. Derajat kebebasan titik dinyatakan dengan vektor X. Arah

vektor positif seperti tergambar. Seperti juga halnya dengan elemen, terjadinya perubahan posisi titik kumpul berakibat oleh bekerjanya gaya. Apabila setiap vektor perpindahan/rotasi titik kumpul diakibatkan oleh vektor gaya ekuivalen yang bekerja di titik kumpul tersebut, maka kedua vektor tersebut berpasangan. Gambar 2.9 menyatakan vektor gaya ekuivalen yang mengakibatkan terjadinya perpindahan/rotasi titik.



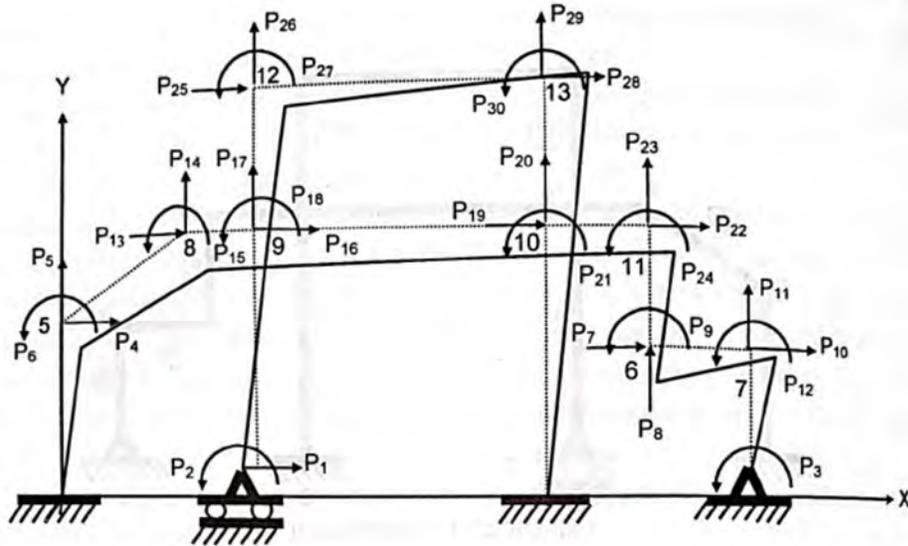
Gambar 2. 7 Portal Bidang

(sumber : Metode Matrik Kekakuan Analisis Struktur, Nasution, A. 2009)



Gambar 2. 8 Garis Elastis dan Vektor Perpindahan/ Rotasi Titik Kumpul

(sumber : Metode Matrik Kekakuan Analisis Struktur, Nasution, A. 2009)



**Gambar 2. 9 Vektor Gaya Ekuivalen Titik Kumpul**

(sumber : Metode Matrik Kekakuan Analisis Struktur, Nasution, A. 2009)

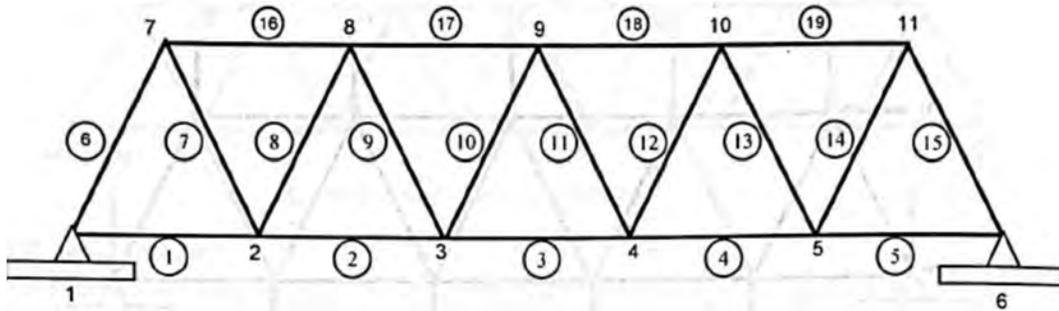
### 2.10.2 Derajat Kebebasan (*Degree of Freedom, DOF*) Struktur Rangka Bidang

Derajat kebebasan sistem struktur rangka bidang ditandai dengan jumlah derajat kebebasan titik kumpul bebas. Mengingat sifat sambungan berupa sendi disetiap titik kumpul tanpa adanya kekangan, maka rotasi titik tidak memberikan pengaruh terhadap tanggap elemen (tidak menimbulkan gaya dalam). Hanya gerakan translasi titik kumpul yang merupakan derajat kebebasan. Gerakan translasi ini umumnya diuraikan dalam komponen koordinat utama. Dengan sifat tumpuan sendi atau rol pada sistem struktur, jumlah total derajat kebebasan rangka bidang dapat ditetapkan dari :

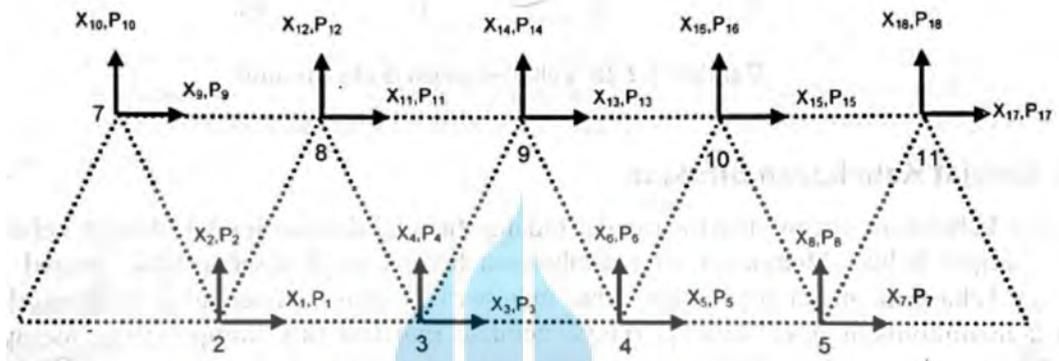
$$NX = 2JTK - 2NS - NR \dots\dots\dots(2. 3)$$

Dimana :

- NX = Jumlah derajat kebebasan struktur
- JTK = Jumlah titik yang sifatnya jepit
- NS = Jumlah titik yang sifatnya sendi
- NR = Jumlah titik yang sifatnya rol



**Gambar 2. 10 Penomoran Elemen dan Titik Kumpul**  
(sumber : Metode Matrik Kekakuan Analisis Struktur, Nasution, A. 2009)



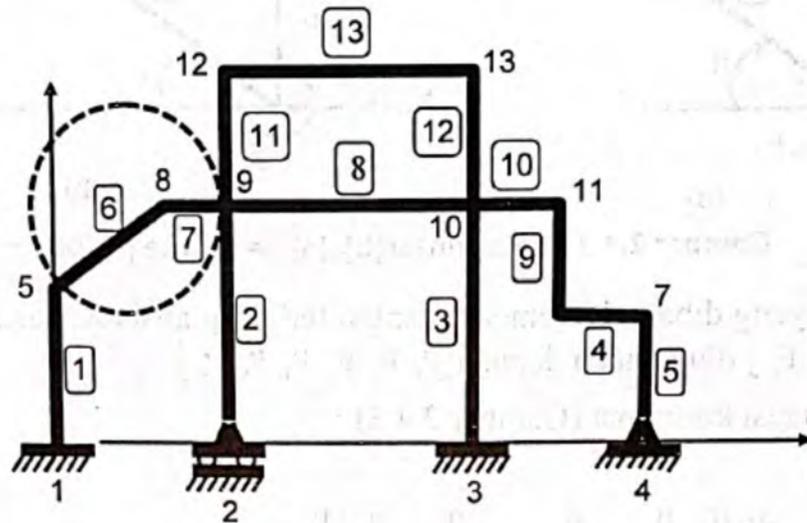
**Gambar 2. 11 Jumlah Derajat Kebebasan Rangka**  
(sumber : Metode Matrik Kekakuan Analisis Struktur, Nasution, A. 2009)

Unsur matrik [K] merupakan hasil rakitan unsur-unsur matrik elemen yang ujungnya terkait menyusun titik kumpul.

## 2.11 Matrik Kekakuan Struktur Portal Bidang

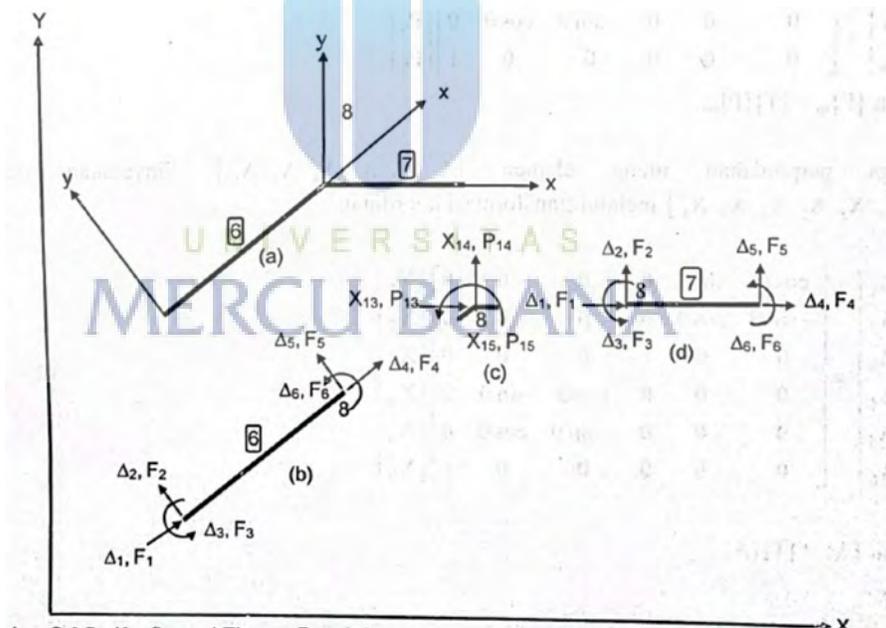
### 2.11.1 Perakitan Matrik Kekakuan Struktur Portal Bidang

Perakitan matrik [K] dari matrik elemen [S] memerlukan proses transformasi koordinat. Pada perakitan unsur [K] bisa dilihat pada Gambar 2.12 di titik kumpul 8, sistem koordinat elemen batang 6 dan 7 yang menyatakan hubungan  $[S]_m \{\Delta\}_m = \{F\}_m$  harus ditransformasikan ke dalam sistem koordinat struktur/global.

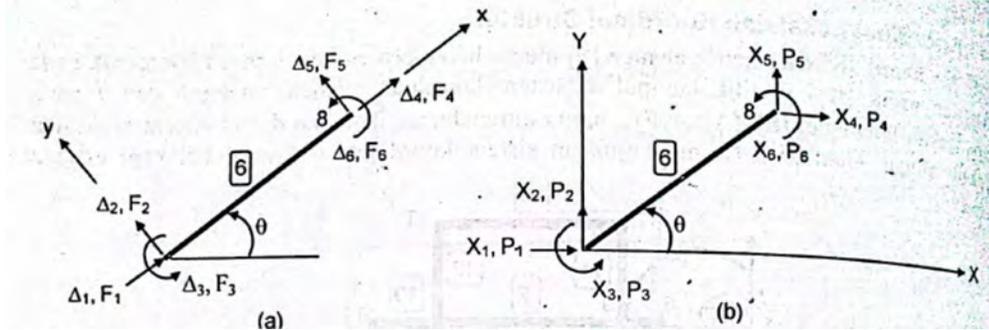


**Gambar 2. 12 Sistem Koordinat Global/ Struktur**  
 (sumber : Metode Matrik Kekakuan Analisis Struktur, Nasution, A. 2009)

Posisi koordinat elemen/ lokal terhadap koordinat struktur/ global untuk elemen batang 6 dan 7 seperti pada Gambar 2.13 :



**Gambar 2. 13 Konfigurasi Elemen Portal, Besaran Gaya dan Perpindahan Elemen pada Sistem Lokal**  
 (sumber : Metode Matrik Kekakuan Analisis Struktur, Nasution, A. 2009)



**Gambar 2.14** Transformasi  $[S]_m\{\Delta\}_m=\{F\}_m$  ke  $[k]_m\{X\}_m=\{P\}_m$   
 (sumber : Metode Matrik Kekakuan Analisis Struktur, Nasution, A. 2009)

Dengan sudut  $\Theta$  yang dibentuk elemen batang 6 terhadap absis X, besaran gaya ujung elemen  $[F_1 F_2 F_3 F_4 F_5 F_6]$  dinyatakan dengan  $[P_1 P_2 P_3 P_4 P_5 P_6]$  melalui transformasi koordinat (Gambar 2.14) :

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{Bmatrix} \text{ atau } \{F\}_m = [T] \{P\}_m \dots\dots\dots (2.4)$$

Juga perpindahan ujung elemen  $[\Delta_1 \Delta_2 \Delta_3 \Delta_4 \Delta_5 \Delta_6]$  dinyatakan dengan  $[X_1 X_2 X_3 X_4 X_5 X_6]$  melalui transformasi koordinat.

$$\begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \\ \Delta_4 \\ \Delta_5 \\ \Delta_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{Bmatrix} \text{ atau } \{\Delta\} = [T] \{X\} \dots\dots\dots (2.5)$$

Matrik  $[T]$  didefinisikan sebagai matrik transformasi koordinat dari sistem koordinat elemen kedalam sistem kordinat global/struktur'.

$$[S]_m\{\Delta\}_m=\{F\}_m \dots\dots\dots (2.6)$$

Akan diperoleh matrik kekakuan elemen yang ditinjau dari sistem koordinat global/struktur sebagai berikut :

$$\begin{matrix}
 \textcircled{1} \\
 \textcircled{2} \\
 \textcircled{3} \\
 \textcircled{4} \\
 \textcircled{5} \\
 \textcircled{6}
 \end{matrix}
 \begin{bmatrix}
 \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\
 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\
 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\
 \frac{EA}{L} & 0 & 0 & EA & 0 & 0 \\
 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\
 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 X_1 \\
 X_2 \\
 X_3 \\
 X_4 \\
 X_5 \\
 X_6
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 P_1 \\
 P_2 \\
 P_3 \\
 P_4 \\
 P_5 \\
 P_6
 \end{bmatrix}
 \tag{2.7}$$

Mengalikan persamaan (2.7) dengan matrik invers  $[T]^{-1}$  :

$$[T]^{-1} [S][T]\{X\} = [T]^{-1}[T]\{P\} \tag{2.8}$$

$$[T]^{-1} [S][T]\{X\} = \{P\} \tag{2.9}$$

Dapat dibuktikan matrik invers  $[T]^{-1}$  juga merupakan matrik transpose  $[T]^T$  :

$$[T]^T = \begin{bmatrix}
 \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{bmatrix}
 \tag{2.10}$$

Sehingga :

$$[T]^{-1} [S][T]\{X\} = [T]^T[S][T]\{X\} \tag{2.11}$$

$$[T]^T [S][T]\{X\} = \{P\} \tag{2.12}$$

### 2.11.2 Gaya-Gaya dalam Elemen

Hasil solusi  $\{X\}$  digunakan untuk mendapatkan besarnya gaya-gaya dalam ujung elemen dan reaksi perletakan. Unsur matrik  $\{X\}$  merupakan data bagi perhitungan, maka kedua ujung elemen yang mempunyai derajat kebebasan yang sama dengan kebebasan derajat kebebasan struktur adalah :

$$\begin{matrix}
 \begin{matrix} \triangle 4 \\ \square 1 \end{matrix} & \begin{matrix} \triangle 5 \\ \square 2 \end{matrix} & \begin{matrix} \triangle 6 \\ \square 3 \end{matrix} & \begin{matrix} \triangle 13 \\ \square 4 \end{matrix} & \begin{matrix} \triangle 14 \\ \square 5 \end{matrix} & \begin{matrix} \triangle 15 \\ \square 6 \end{matrix} & \begin{matrix} \left[ \begin{matrix} X_1^6 = X_4 \\ X_2^6 = X_5 \\ X_3^6 = X_6 \\ X_4^6 = X_{13} \\ X_5^6 = X_{14} \\ X_6^6 = X_{15} \end{matrix} \right] & = & \begin{matrix} \left[ \begin{matrix} P_1^6 \\ P_2^6 \\ P_3^6 \\ P_4^6 \\ P_5^6 \\ P_6^6 \end{matrix} \right] & = & \begin{matrix} \left[ \begin{matrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{matrix} \right]_6
 \end{matrix}
 \end{matrix}$$

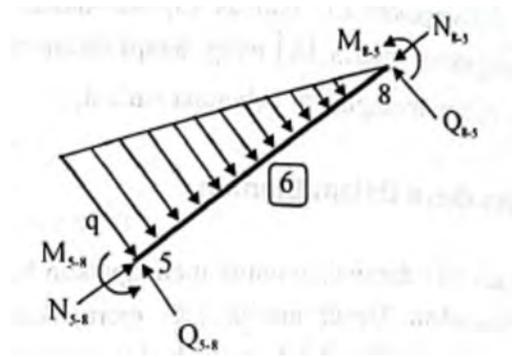
.....(2. 13)

Menyelesaikan persamaan (2.13) menghasilkan  $\{P\}_6$ . Dengan hubungan

$$\begin{matrix} \begin{matrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \end{matrix} \end{matrix} \begin{matrix} \left[ \begin{matrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \right] \begin{matrix} \left[ \begin{matrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{matrix} \right]_6 \end{matrix} \end{matrix} \end{matrix} \dots\dots\dots(2. 14)$$

Besarnya gaya dalam rencana elemen pada kedua ujung adalah :

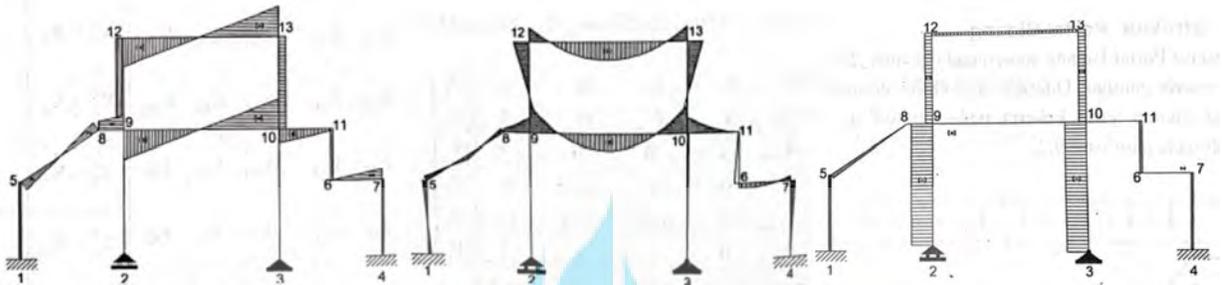
$$\begin{matrix} \begin{matrix} N_{s-r} \\ Q_{s-r} \\ M_{s-r} \\ N_{r-s} \\ Q_{r-s} \\ M_{r-s} \end{matrix} \end{matrix} = \begin{matrix} \begin{matrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \end{matrix} \end{matrix} + \begin{matrix} \begin{matrix} FET_1 \\ FEQ_1 \\ FEM_1 \\ FET_2 \\ FEQ_2 \\ FEM_2 \end{matrix} \end{matrix} \dots\dots\dots(2. 15)$$



Gambar 2. 15 Gaya-Gaya Ujung Elemen  
(sumber : Metode Matrik Kekakuan Analisis Struktur, Nasution, A. 2009)

### 2.11.3 Diagram Gaya

Hasil analisis yang telah diuraikan diatas digunakan untuk desain beton bertulang sebagai gaya dalam rencana penampang. Untuk mengetahui besarnya gaya dalam penampang elemen kritis bagi perencanaan, maka diagram M, N, dan L elemen diperlukan. Gambar 2.16 merupakan contoh diagram gaya dalam M, N, dan L pada sistem struktur portal.



Gambar 2. 16 Diagram Gaya Lintang, Momen dan Aksial  
(sumber : Metode Matrik Kekakuan Analisis Struktur, Nasution, A. 2009)

## 2.12 Matrik Kekakuan Struktur Rangka Bidang

### 2.12.1 Matrik Kekakuan Elemen [S]<sub>M</sub>

Mengingat elemen batang rangka hanya memberi tanggap tarik atau tekan saja, maka bagi suatu elemen yang menerima gaya aksial N. Berlaku rumus Hooke :

$$\epsilon = \frac{e}{l} = \frac{\sigma}{E} = \frac{N}{EA} \text{ atau } N = \frac{EA}{l} e \dots\dots\dots(2. 16)$$

Dimana :

$E/l$  = Modulus elastisitas ( $N/m^2$ ) atau MPa

$\sigma/e$  = Tegangan ( $N/m^2$ )

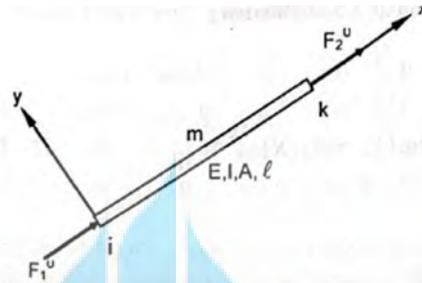
$\epsilon$  = Regangan

Meninjau elemen batang dalam sistem koordinat elemen (Gambar 2.17), maka dengan bekerjanya gaya  $F_1^0, F_2^0$  di kedua ujung elemen. hubungan perpindahan  $\Delta_1, \Delta_2$  dengan kedua gaya adalah :

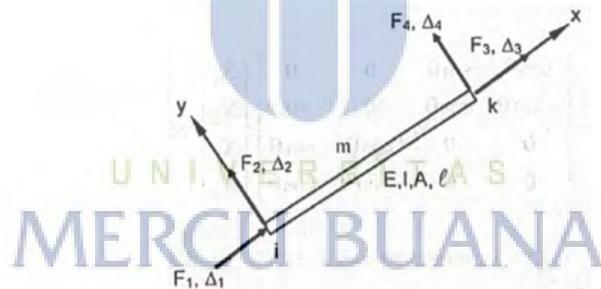
$$F_1 = \frac{EA}{l} \Delta_1 - \frac{EA}{l} \Delta_2 \dots\dots\dots(2. 17)$$

Dengan mengganti indeks derajat kebebasan elemen dan menambah vektor gaya serta perpindahan arah komponen koordinat y (Gambar 2.18), hubungan gaya dan perpindahan dinyatakan sebagai :

$$\begin{bmatrix} \frac{EA}{\ell} & 0 & -\frac{EA}{\ell} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{EA}{\ell} & 0 & \frac{EA}{\ell} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \\ \Delta_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{Bmatrix} \quad \text{atau } [S]_m \{\Delta\}_m = \{F\}_m \dots\dots\dots(2. 18)$$



**Gambar 2. 17 Gaya Aksial Elemen Batang pada Sistem Koordinat Lokal/ Elemen**  
 (sumber : Metode Matrik Kekakuan Analisis Struktur, Nasution, A. 2009)

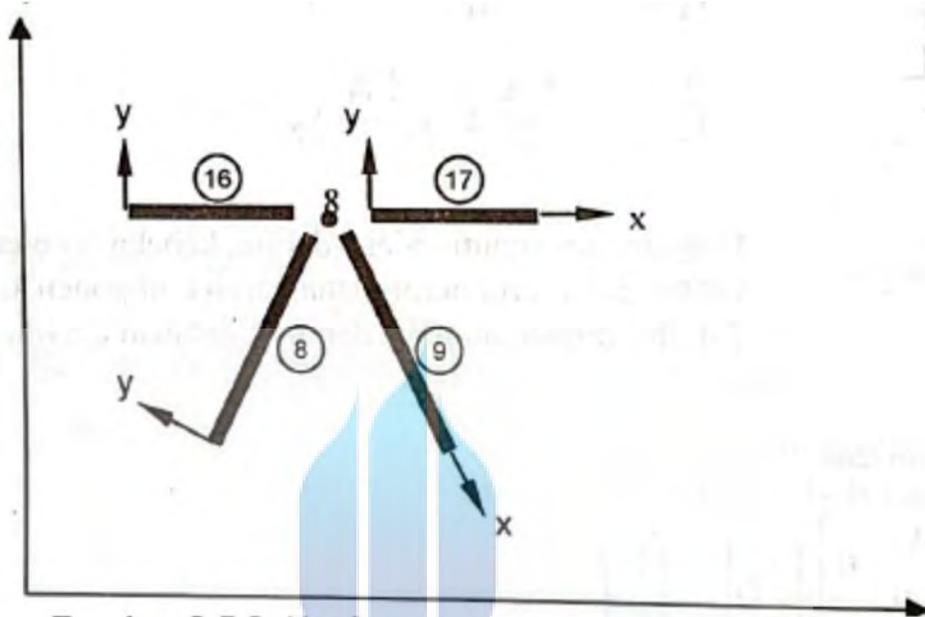


**Gambar 2. 18 Gaya Ujung Elemen Batang pada Sistem Koordinat Lokal/ Elemen**  
 (sumber : Metode Matrik Kekakuan Analisis Struktur, Nasution, A. 2009)

**2.12.2 Koordinat Lokal dan Koordinat Struktur Struktur Rangka Bidang**

Sama seperti halnya pada analisis portal, perakitan matrik [K] dari matrik elemen [S] memerlukan proses transformasi koordinat. Sebagai contoh, untuk perakitan unsur [K] di titik kumpul 8. sistem koordinat elemen batang 8, 9. 16 dan 17 yang menyatakan hubungan [S]{Δ}=[F] harus ditransfomasikan ke dalam sistem koordinat struktur global. Gambar 2.19 menunjukkan sistem koordinat elemen terhadap sistem koordinat struktur/global bagi elemen yang bertemu di titik kumpul

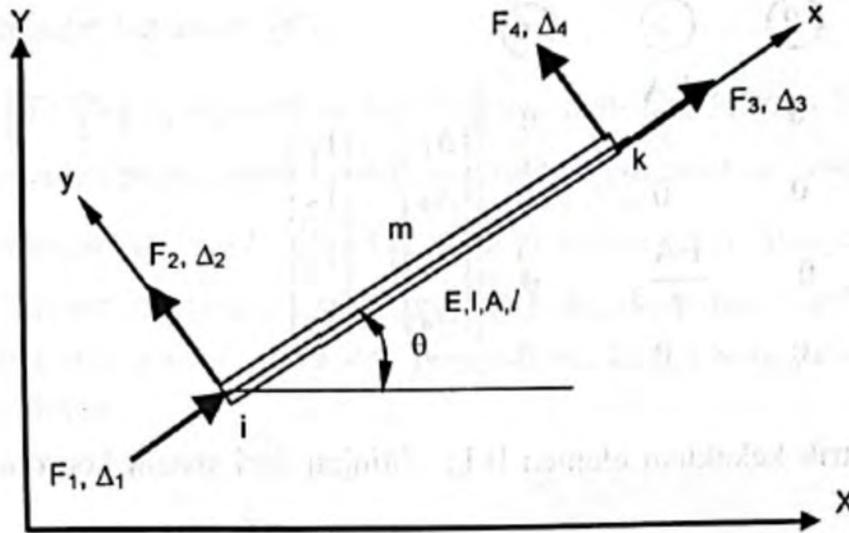
8. Derajat kebebasan struktur pada titik kumpul 8 dinyatakan dengan  $X_{11}$  dan  $X_{12}$  yang berpasangan dengan gaya ekuivalen  $P_{11}$  dan  $P_{12}$  hubungan antara vektor perpindahan dan gaya ini dinyatakan dengan perakitan unsur kekakuan elemen yang membentuk titik kumpul 8.



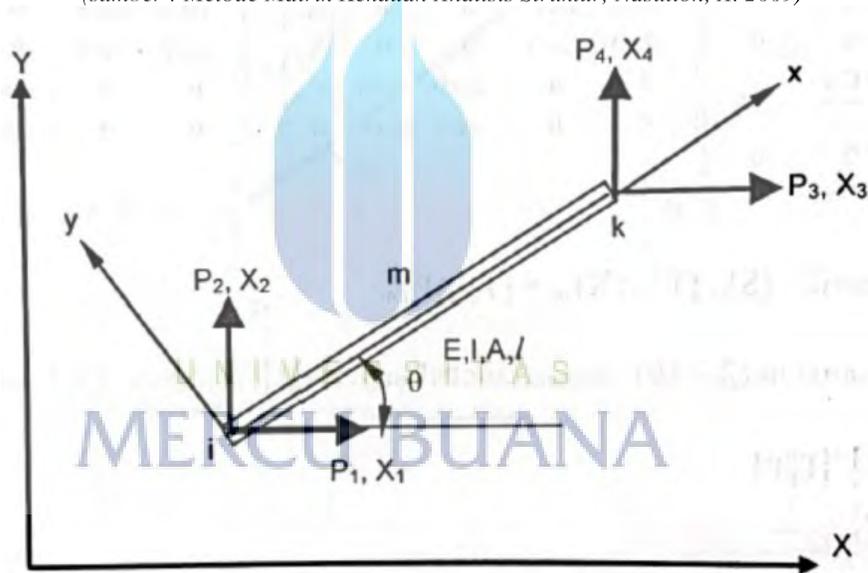
Gambar 2. 19 Konfigurasi Elemen di Titik Kumpul  
(sumber : Metode Matrik Kekakuan Analisis Struktur, Nasution, A. 2009)

Jika ditinjau secara umum posisi elemen dengan sudut  $\theta$  terhadap koordinat struktur/global (Gambar 2.20). maka mengubah derajat kebebasan elemen  $[\Delta_1 \Delta_2 \Delta_3 \Delta_4 \Delta_5 \Delta_6]$  berorientasi koordinat struktur menjadi  $[X_1 X_2 X_3 X_4 X_5 X_6]$  (Gambar 2.21) adalah:

$$\begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \\ \Delta_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{Bmatrix} \text{ atau } \{\Delta\} = [T]\{X\} \dots\dots(2. 19)$$



Gambar 2. 20 Derajat kebebasan elemen terhadap koordinat batang  
(sumber : Metode Matrik Kekakuan Analisis Struktur, Nasution, A. 2009)



Gambar 2. 21 Derajat kebebasan elemen terhadap koordinat struktur

Demikian pula dengan gaya ekivalen [ F<sub>1</sub> F<sub>1</sub> F<sub>1</sub> F<sub>1</sub> ] dinyatakan sebagai [ P<sub>1</sub> P<sub>2</sub> P<sub>3</sub> P<sub>4</sub> ]

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{Bmatrix} \quad \text{atau } \{F\} = [T][P] \dots(2.20)$$

Matrik [T] didefinisikan sebagai matrik transformasi koordinat. Mengisikan

ketentuan kedua persamaan (2.19) dan (2.20) ke dalam persamaan (2.18) :

$$\begin{matrix} & \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{4} \\ \textcircled{1} & \frac{EA}{\ell} & 0 & -\frac{EA}{\ell} & 0 \\ \textcircled{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \textcircled{3} & -\frac{EA}{\ell} & 0 & \frac{EA}{\ell} & 0 \\ \textcircled{4} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \\ \Delta_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(2. 21)$$

Akan diperoleh matrik kekakuan elemen  $[k]_m$  ditinjau dari sistem koordinat global/ struktur sebagai berikut :

, dalam notasi matrik  $[S]_m[T]_m\{X\}_m = [T]_m[P]_m \dots\dots\dots(2. 22)$

$$\begin{bmatrix} \frac{EA}{\ell} & 0 & -\frac{EA}{\ell} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{EA}{\ell} & 0 & \frac{EA}{\ell} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{Bmatrix}$$

Mengalikan persamaan (2.23) dengan matrik invers  $[T]^{-1}$  :

$$[T]^{-1} [S][T]\{X\} = [T]^{-T}[T]\{P\} \dots\dots\dots(2. 23)$$

$$[T]^{-T} [S][T]\{X\} = \{P\} \dots\dots\dots(2. 24)$$

Dapat dibuktikan matrik matrik invers  $[T]^{-1}$  juga merupakan matrik transpose  $[T]^{-T}$  :

$$[T]^{-T} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \dots\dots\dots(2. 25)$$

Sehingga didapatkan :

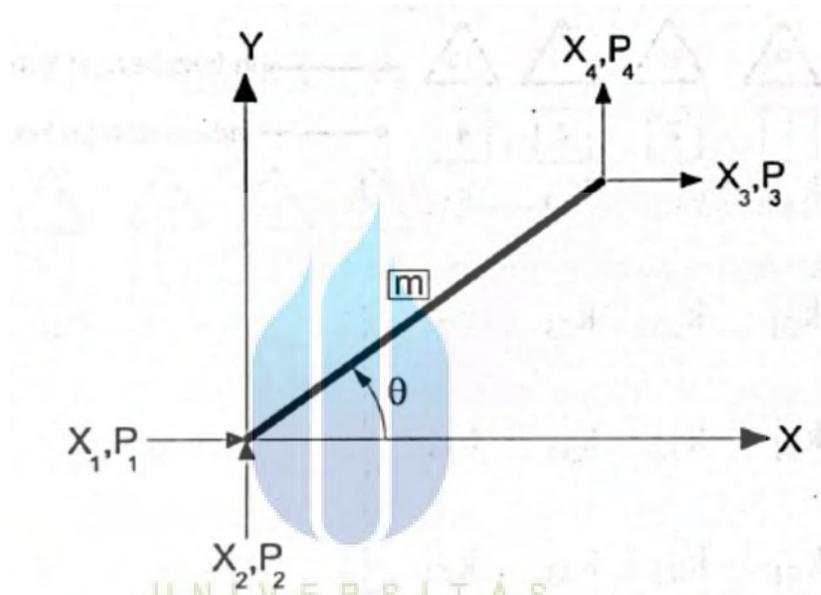
$$[T]^{-1} [S][T]\{X\} = [T]^{-T}[S][T]\{X\} \dots\dots\dots(2. 26)$$

$$[T]^{-T} [S][T]\{X\} = \{P\} \dots\dots\dots(2. 27)$$

Perkalian  $[T]^{-T} [S][T]$  adalah matrik  $n*n$ , dengan  $n$  merupakan derajat kebebasan elemen yang ditinjau terhadap sistem koordinat global/ struktur rangka. Disebut  $[T]^{-T}[S][T]=[k]_m$ , matrik kekakuan elemen terhadap sistem sumbu struktur.

2.12.3 Matrik Kekakuan Struktur [K]<sub>s</sub>

Perkalian matrik [T]<sup>T</sup>[S][T] merupakan transformasi matrik kekakuan elemen [S] menjadi matrik kekakuan elemen pada sistem koordinat struktur. Dinamakan hasil perkalian sebagai matrik kekakuan elemen pada [k]<sub>m</sub>, seperti dijelaskan pada Persamaan 2.29. Indeks dalam kotak persegi 1, 2, 3, 4, menyatakan besaran arah positif gaya dan perpindahan kedua ujung elemen dalam sistem koordinat struktur/ global.



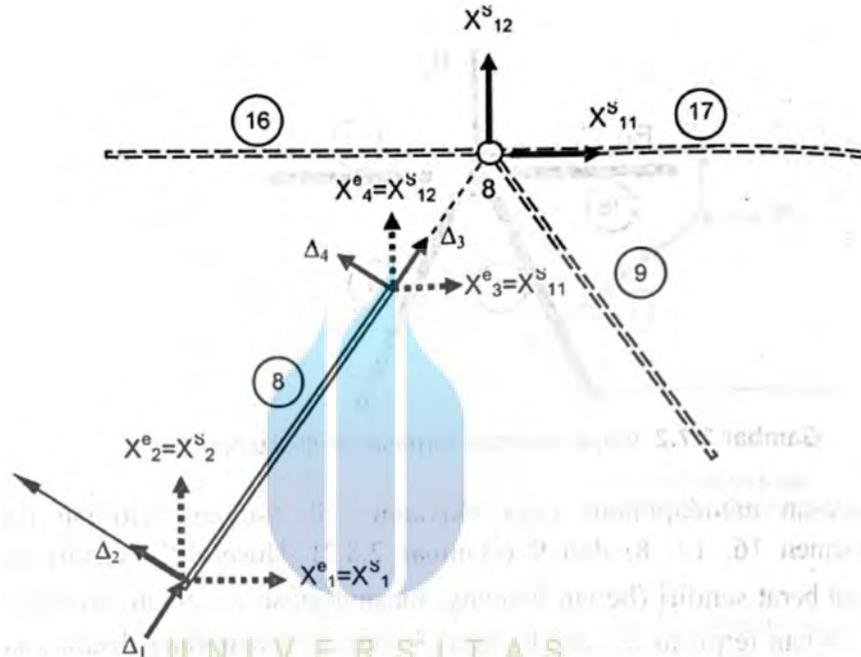
Gambar 2. 22 Perpindahan dan Gaya Ekuivalen Elemen terhadap Sistem Koordinat Struktur/ Global  
(sumber : Metode Matrik Kekakuan Analisis Struktur, Nasution, A. 2009)

$$[k]_m = \frac{EA}{L} \begin{matrix} & \boxed{1} & \boxed{2} & \boxed{3} & \boxed{4} \\ \boxed{1} & \cos^2\theta & \sin\theta \cos\theta & -\cos^2\theta & -\sin\theta \cos\theta \\ \boxed{2} & \sin\theta \cos\theta & \sin^2\theta & -\sin\theta \cos\theta & -\sin^2\theta \\ \boxed{3} & -\cos^2\theta & -\sin\theta \cos\theta & \cos^2\theta & \sin\theta \cos\theta \\ \boxed{4} & -\sin\theta \cos\theta & -\sin^2\theta & \sin\theta \cos\theta & \sin^2\theta \end{matrix} \dots (2.28)$$

Matrik kekakuan elemen [k]<sub>m</sub>, menjadi bagian dari penyusunan unsur matrik kekakuan struktur [K]. Meninjau penyusunan unsur matrik kekakuan struktur di titik kumpul 8 pada contoh rangka jembatan, maka prosedur menggabungkan indeks unsur kekakuan elemen [k]<sub>m</sub> dengan sebutan derajat kebebasan struktur



$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & \frac{EA}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \\ \Delta_4 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(2.31)$$



Gambar 2. 23 Korelasi Vektor Perpindahan Elemen dengan Derajat Kebebasan  
(sumber : Metode Matrik Kekakuan Analisis Struktur, Nasution, A. 2009)

dan

$$\begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \\ \Delta_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1^e = X_1^s \\ X_2^e = X_2^s \\ X_3^e = X_{11}^s \\ X_4^e = X_{12}^s \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(2.32)$$

Maka, besarnya gaya aksial elemen adalah :

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & \frac{EA}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1^e = X_1^s \\ X_2^e = X_2^s \\ X_3^e = X_{11}^s \\ X_4^e = X_{12}^s \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(2.33)$$

### 2.13 Strategi Redimensi Elemen

Perancangan struktur optimal bertujuan untuk mendapatkan struktur yang berkinerja sesuai dengan kriteria yang sudah ditentukan dalam kondisi yang dibatasi oleh berbagai kendala. Optimalisasi struktur biasanya bertujuan untuk mendapatkan struktur yang paling ekonomis. Akan tetapi ‘ekonomis’ disini direpresentasikan oleh volume atau berat total yang terkecil dari bahan yang dipergunakan dalam konstruksi struktur.

#### 2.13.1 Struktur Rangka Bingkai

Optimalisasi struktur rangka bingkai dilaksanakan dengan strategi redimensi (*resize*) elemen-elemennya. Pada struktur rangka bingkai, perlu diperhatikan efek gaya aksial dan momen. Struktur rangka bingkai pada umumnya memikul beban pada bentang balok dan kolom. Sebelum melakukan analisis struktur secara menyeluruh terlebih dahulu ditinjau balok-balok yang memikul muatan sepanjang balok. Balok tersebut ditinjau sebagai balok mandiri yang dicepit pada kedua ujungnya lalu dihitung gaya-gaya aksinya yang kemudian ditransfer menjadi beban pada simpul struktur. Sesudah itu baru dilaksanakan analisis struktur secara global. Selanjutnya yang perlu diperhatikan adalah formulasi rasio tegangan yang diperlukan. Karena pada umumnya gaya aksial selalu hadir dalam elemen struktur rangka bingkai, terutama dalam elemen yang berfungsi sebagai kolom, maka efek gaya aksial harus diperhitungkan bersamaan dengan efek momen yang bekerja. Disini harus dibedakan pula efek momen-gaya-tekan dan efek momen-gaya-tarik. Untuk itu, tinjau dahulu kasus kombinasi momen dan gaya aksial Tarik, di mana tegangan Tarik momen harus disuperposisikan dengan tegangan Tarik yang ditimbulkan gaya aksial Tarik. Tegangan akhir yang dihasilkan tidak diperbolehkan melebihi tegangan Izin yang telah ditentukan. Bila balok memiliki penampang

berbentuk siku-empat dengan ukuran  $b \times h$ , maka dapat dituliskan persamaan sebagai berikut:

$$\frac{M}{S} + \frac{N}{A} \leq \sigma_{ijin} \dots\dots\dots (2.34)$$

Dengan :

- $M$  = Momen yang bekerja dalam elemen
- $N$  = Gaya Aksial Tarik yang bekerja
- $A$  = Luas penampang potongan.
- $S$  = Modulus potongan (*section modulus*)

Untuk mengatasi kesulitan yang timbul maka Momen, Gaya Aksial dan Gaya Tarik dianggap konstan saat variable potongan divariasikan. Nilai momen tersebut diambil dari struktur yang ada sebelum redimensi dilakukan, menggunakan notasi  $S$  dan  $A$  dalam persamaan (2.34), dapat ditulis persamaan sebagai berikut:

$$\frac{\sigma_m(\frac{1}{6}bh^2_{lama})}{\frac{1}{6}bh^2_{baru}} + \frac{\sigma_n(bh^2_{lama})}{bh^2_{baru}} \leq \sigma_{ijin} \dots\dots\dots (2.35)$$

Dengan :

- $\sigma_n$  = Tegangan yang diakibatkan oleh gaya aksial  $A$
- $\sigma_m$  = Tegangan yang diakibatkan oleh momen  $M$

Manipulasi persamaan (2.35) memberikan persamaan bagi  $h_{baru}$  optimal sebagai berikut:

$$h_{baru} = \frac{2\sigma_m}{-\sigma_n + \sqrt{\sigma_n^2 + 4\sigma_m \sigma_{ijin}}} h_{lama} \dots\dots\dots (2.36)$$

Di mana  $\sigma_{ijin}$  adalah terhadap Tegangan Tarik.

Dalam kasus Gaya Aksial Tekan, maka persamaannya menjadi :

$$\frac{M}{S} + \frac{N}{A} \geq \sigma_{ijin} \dots\dots\dots (2.37)$$

Agar diingat bahwa Tegangan Momen, Tegangan Gaya Aksial dan Tegangan Izin dalam persamaan (2.37) semuanya adalah negatif. Dengan cara manipulasi yang sama, maka didapat persamaan baru :

$$h_{baru} = \frac{2\sigma m}{-\sigma n - \sqrt{\sigma n^2 + 4\sigma m \sigma_{ijin}}} h_{lama} \dots\dots\dots(2.38)$$

Untuk mendapatkan struktur optimum, maka harus diambil  $H_{baru}$  yang terkecil. Dalam hal tegangan geser menentukan, dikehendaki bahwa perubahan variable elemen akan mendorong tegangan yang bekerja mendekati atau bahkan sama dengan tegangan geser Izin yang telah ditentukan. Hal tersebut dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$\frac{\tau h}{h_{baru}} \leq \tau_{ijin}, \text{ dan } \dots\dots\dots(2.39)$$

$$h_{baru} = \frac{\tau h}{\tau_{ijin}} \dots\dots\dots(2.40)$$

Dengan :

- $\tau$  = Tegangan yang bekerja
- $h$  = Tinggi potongan yang ada
- $h$  = Tinggi potongan baru

**2.13.2 Rangka Batang Statis Tertentu dengan Beban Multisistem**

Struktur optimum rangka batang statis tertentu dengan beban multisistem dapat diperoleh juga dengan menerapkan strategi redimensi elemen, tetapi sekarang analisis tegangan struktur harus dilakukan secara terpisah bagi setiap sistem beban yang bekerja.

$$\frac{N_i}{A_{ibaru}} \leq \sigma_{ijin}, i = 1, 2, \dots, 5, \dots\dots\dots(2.41)$$

Dengan :

- $N_i = \sigma_i A_{iada}$ ; Gaya aksial dalam elemen  $i$ ;
- $\sigma_i$  = Tegangan aksial dalam elemen  $i$ ;
- $A$  = Luas penampang lintang yang ada.

Subtitusikan  $N_i = \sigma_i A_{iada}$  tadi ke dalam Persamaan (2.41), dapat diperoleh :

$$A_{ibaru} \geq \frac{\sigma_i}{\sigma_{ijin}} A_{iada} \dots\dots\dots(2.42)$$

Agar volume  $V$  optimum, maka Persamaan (2.42) menyatakan harus diambil :

$$A_{ibaru} = \frac{\sigma_i}{\sigma_{ijin}} A_{iada} \dots\dots\dots(2.43)$$

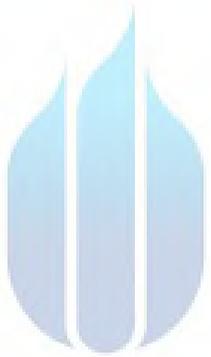
Dengan demikian maka setiap elemen akan memiliki beberapa nilai *Aibaru*, sesuai dengan banyaknya sistem beban yang bekerja. Maka dari semua, luas penampang lintang yang dihasilkan harus dipilih luas yang paling menentukan, yaitu luas yang dapat mengakomodasi gaya-gaya elemen yang ditimbulkan oleh semua sistem beban yang bekerja. Penampang lintang yang demikian adalah yang berasosiasi dengan rasio tegangan yang terbesar.



## 4 Reviu Jurnal Penelitian Terdahulu

Tabel 2. 1 Tabel Reviu Jurnal Penelitian Terdahulu

No	Penulis	Tahun	Judul	Masalah	Tujuan	Metode	Hasil
1	Johny Theodorus Harahap, M.D.J Sumejouw, S.E. Wallah	2016	ANALISIS STRUKTUR RANGKA CARA KEKAKUAN: SEBAGAI ALAT BANTU ALTERNATIF DALAM PERHITUNGAN STRUKTUR	Aplikasi MS Excel digunakan untuk perhitungan cara matriks karena dilengkapi fungsi bawaan (built in) dalam hal operasi matriks. Semakin banyak titik kumpul dan jumlah elemen batang yang merepre-sentasikan struktur, semakin besar orde matriks dan jumlah pengulangan perhitungan. Meskipun demikian, perhitungan hanya menggunakan operasi aritmatik sederhana dan kesulitan perhitungan diminimalisir dengan menggunakan formula antar sel dan fungsi untuk operasi matriks seperti perkalian, transpos dan invers yang sudah tersedia pada MS Excel.	Tulisan ini bertujuan untuk memformulasi tahapan analisis struktur portal bidang dengan metode matriks cara kekakuan menggunakan MS Excel. Hasil pembahasan dapat digunakan saat pembuatan program berbasis MS Excel.	Masalah yang telah diidentifikasi akan diselesaikan dengan pemisahan perhitungan pada batang dan pada struktur. Kaitan antar variabel dalam perhitungan dibuat dalam formula Excel. Struktur portal bidang akan digunakan dalam pembahasan dan hasil akan dibandingkan dengan output jika menggunakan aplikasi yang sudah ada di pasaran.	Hasil perhitungan enam jenis struktur rangka dengan program bantu alternatif dengan program aplikasi lain, memberikan perbedaan yang sangat kecil sehingga dapat disimpulkan bahwa output program bantu alternatif, dapat digunakan. Transparansi perhitungan merupakan alasan program bantu alternatif cocok digunakan dalam proses perkuliahan dan sebagai alat pembandingan dari aplikasi analisis struktur yang lain.

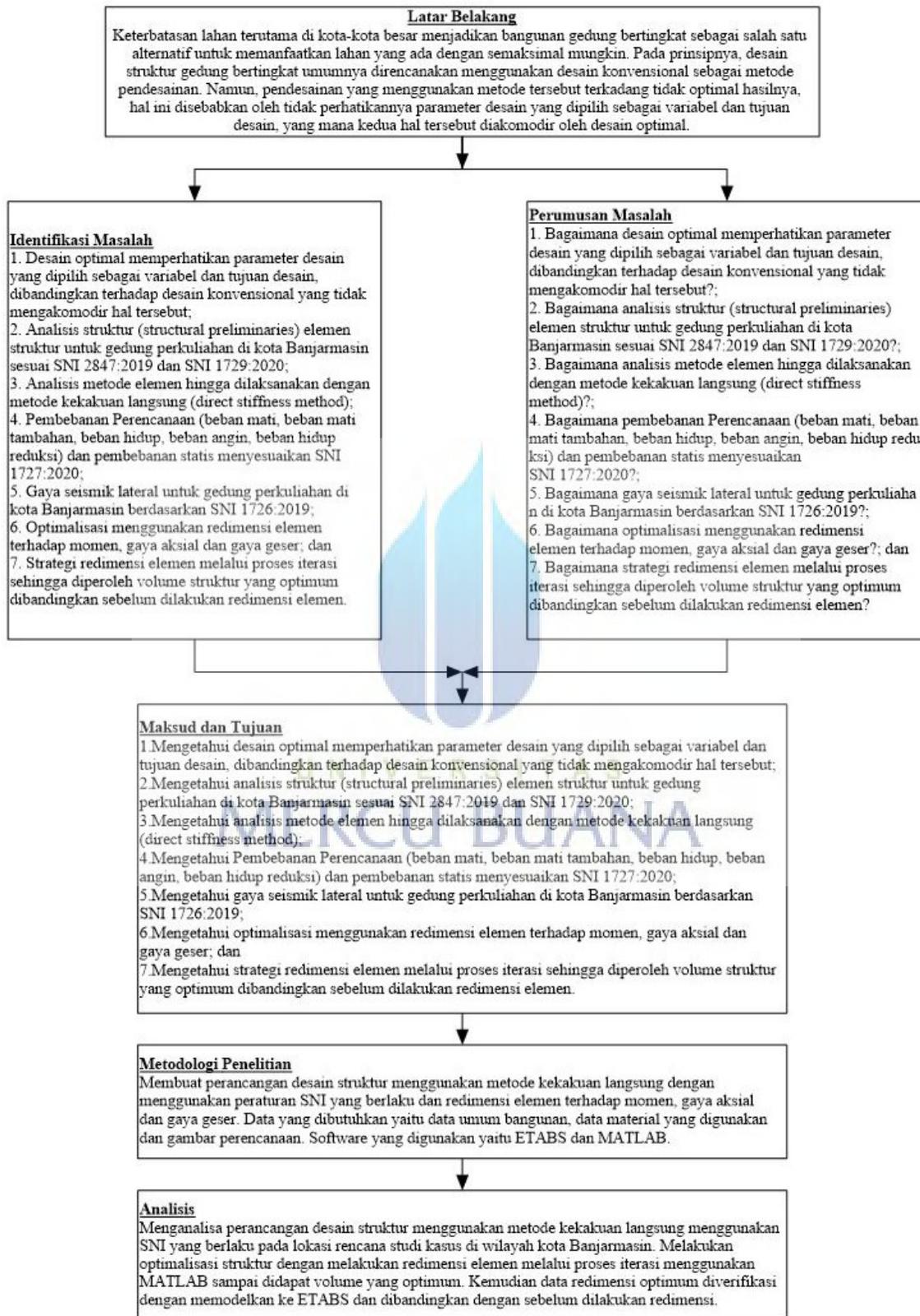


UNIVERSITAS  
MERCU BUANA

No	Penulis	Tahun	Judul	Masalah	Tujuan	Metode	Hasil
2	Samuel Agustinus, Cindrawaty Lesmana	2019	PERBANDINGAN ANALISIS PERKUATAN STRUKTUR PELAT DENGAN METODE ELEMEN HINGGA	<p>Kerusakan pada bangunan disebabkan karena beberapa hal, di antaranya: salah perhitungan atau salah perencanaan awal, bencana alam, perubahan fungsi ruang, dan sebagainya. Jika kerusakan struktur telah terjadi, maka perlu perbaikan atau perkuatan sesuai dengankerusakannya, begitupun pada pelat lantai. Perkuatan pada pelat lantai mempunyai beberapa solusi, yaitu menggunakan FRP, menambah tebal pelat, dan sebagainya. Memilih perkuatan pelat yang efektif memerlukan beberapa pertimbangan, antara lain: seberapa besar pengaruh perkuatan yang dilakukan, biaya perkuatan, waktu pekerjaan, dan metode pelaksanaan pekerjaan.</p>	<p>Tujuan penelitian adalah membandingkan antara perkuatan struktur pelat menggunakan FRP dan memperkecil bentang pelat dengan menggunakan balok IWF. Pertimbangan dilakukan berdasarkan hasil analisis MEH, biaya perkuatan, waktu pekerjaan, dan metode pelaksanaan pekerjaan.</p>	<p>Analisis yang dilakukan untuk mengetahui seberapa besar pengaruh perkuatan pelat adalah dengan metode elemen hingga (MEH). Analisis membutuhkan data lengkap, seperti dimensi pelat, tebal pelat mutu beton, diameter tulangan, jenis tulangan, dan spasi antar tulangan. Untuk memperoleh dat tersebut dibutuhkan investigasi dan uji lapangan. Setelah dilakukan analisis perkuatan pelat, lal dilakukan analisis biaya perkuatan, waktu pekerjaan, dan metode pelaksanaan pekerjaan untu mendapatkan jenis perkuatan yang efektif.</p>	<p>Hasil analisis, menyatakan bahwa pelat lantai dengan menggunakan perkuatan FRP, baik model satu, dua, dan tiga, memiliki displacement dan tegangan lebih baik daripada menggunakan balok IWF, namun biaya perkuatan dengan FRP model satu, dan dua lebih mahal dibandingkan dengan menggunakan FRP model tiga dan IWF.</p>

No	Penulis	Tahun	Judul	Masalah	Tujuan	Metode	Hasil
3	Azmi Cindi Santina, Safrin Zuraidah, K. Budi Hastono	2018	OPTIMALISASI PROFIL BAJA IWF PADA KONSTRUKSI BANGUNAN PARKIR SEPEDA MOTOR 4 LANTAI (STUDI KASUS GEDUNG SPAZIO TOWER 2, SURABAYA)	Keterbatasan lahan merupakan penyebab pembangunan pada saat ini dibangun vertikal, begitu pula dengan pembangunan tempat parkir sepeda motor lantai 4 gedung Spazio Tower 2 dengan menggunakan struktur baja. Namun pembangunan tersebut dirasa belum optimal, sehingga perlu direncanakan ulang pemilihan profil baja IWF yang paling optimal pada struktur portal (balok dan kolom) serta tetap dapat menahan beban-beban dalam yang terjadi.	Dengan cara mengkaji hitungan struktur bangunan tempat parkir gedung Spazio Tower 2, diharapkan dapat mengetahui besarnya nilai kuat tekan ultimate (Pu) yang bekerja pada kolom dan Momen ultimate (Mu) pada balok. Besarnya nilai kuat tekan ultimate (Pu) akan berpengaruh terhadap kuat tekan nominal terfaktor ( $\phi$ Pu), dikarenakan kuat tekan nominal terfaktor ( $\phi$ Pu) harus lebih besar dari pada kuat tekan ultimate (Pu) agar struktur bangunan tersebut aman.	Dalam pengoptimalisasian ini perhitungan mengacu pada Spesifikasi untuk Banguna Gedung Baja Struktural (SNI 1729:2015), dan pembebanan mengacu pada Pedoman Perencanaan Pembebanan untuk Rumah dan Gedung (PPURG 1987) serta pembebanan gempa mengacu pada Standar Perencanaan Ketahanan Gempa untuk Struktur Bangunan Gedung (SNI 1726-2002) dengan menggunakan permodelan 2D pada analisis struktur menggunakan SAP2000	Berdasarkan hasil analisis struktur dan perencanaan ulang profil baru pada struktur portal pembangunan tempat parkir sepeda motor 4 lantai dihasilkan profil IWF yang optimal untuk komponen balok memanjang menggunakan IWF 400 x 200 x 7 x 11, komponen balok melintang menggunakan IWF 350 x 175 x 6 x 9 dan pada kolom baik memanjang maupun melintang menggunakan IWF 350 x 350 x 10 x 16. Dengan presentase pengurangan pada dimensi sebesar 33% dari eksisting, 45,1 % pada momen nominal terfaktor dan 2,1% pada kuat tekan nominal dibandingkan kondisi eksisting.

## 2.15 Kerangka Berpikir



Gambar 2. 24 Kerangka Berpikir