BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

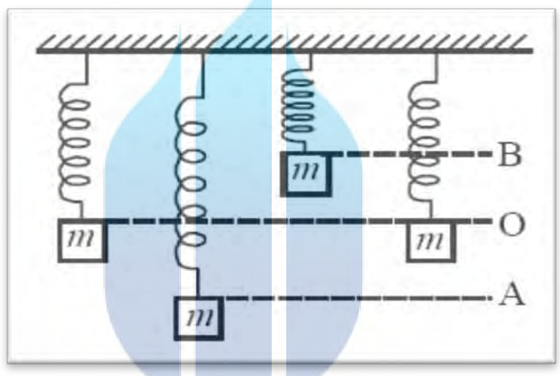
2.1 PENDAHULUAN

Pada bab ini akan menjelaskan tentang penjelasan teori-teori untuk memperkuat materi yang berhubungan dengan penelitin yang akan menjadi sumber dalam pembahasan dan pembuatan tugas akhir ini.

Beberapa penelitian system getaran multi degree of freedom telah banyak diuraikan oleh para peneliti baik nasional maupun international Pada tahun 2015 Zulhendri melakukan penelitian mengenai struktur kontinyunya sebagai tipe dual-beam, dimana terdiri atas dua batang kantilever yang disatukan sebuah pegas dashpot dan disambungkan menggunakan tumpuan jepit (*clamped*) ke struktur utama sistem pegas-massa. Sedangkan pada tahun 2012 Abdi dkk, menggunakan model *simply-supprted beam* dipasang sebuah *beam* tambahan sebagai peredam dinamik yang dihubungkan dengan pegas dan redaman viskos. Pengaruh parameter structural, seperti rasio kekakuan, rasio massa dan rasio redaman diteliti untuk tujuan mengurangi amplitudo getaran pada frekuensi naturan sruktur utama.Dalam Tugas Akhir ini penulis menganalisa dan menghitung tentang**"Analisis Getaran Bebas Sistem Dua Derajat Tanpa Redaman Menggunakan Ansys"** Disini penulis melakukan penganalisa-an dan perhitungan system getaran paksa teredam *multi degree of freedom*. Evaluasi dan validasi hasil penganalisaan dan perhitungan dilakukan dengan Ansys.

2.2 GETARAN

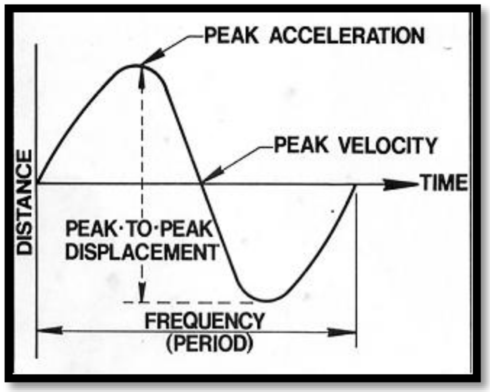
Getaran adalah suatu gerak bolak-balik di sekitar kesetimbangan. Kesetimbangan yang dimaksud adalah keadaan dimana suatu benda berada pada posisi diam jika tidak ada gaya yang bekerja pada benda tersebut. Getaran mempunyai amplitudo (jarak simpangan terjauh dengan titik tengah) yang sama, di bawah ini Gambar 2.1 menunjukkan salah satu contoh getaran pada pegas. Banyak sekali aplikasi getaran yang dapat kita jumpai dalam kehidupan sehari-hari. Contohnya getaran pada mobil di waktu berjalan atau waktu mobil diam sedangkan motornya dihidupkan, getaran mesin-mesin produksi seperti mesin *frais*, getaran pada mesin gerinda atau mesin lainnya (Thomson, 1986).



Gambar 2.1 Getaran Pegas (Thomson, 1986)

Pada Gambar 2.1 pada posisi pegas A merupakan pegas saat mengalami defleksi plus. Sedangkan pada posisi pegas B merupakan pegas saat mengalami defleksi minus. Sedangkan pada posisi pegas O, pegas tersebut pada kondisi normal, tidak di beri gaya apapun.

Ada beberapa parameter pada Gambar 2.2 yang merupakan sistem getaran secara sederhana, berikut beberapa parameter dari getaran yang menjadi tolak ukur :



Gambar 2.2 Sistem Getaran Sederhana (Thomson, 1986)

2.2.1 Amplitudo dan Frekuensi Sudut Getaran

Amplitudo (A) adalah pengukuran scalar (nilai) yang non negative dari besar osilasi (variasi periodik terhadap waktu dari suatu hasil pengukuran) suatu gelombang, ω sebagai frekuensi lingkaran atau kecepatan sudut dan T adalah periode waktu yang digunakan dalam suatau getaran, dirumuskan sebagai:

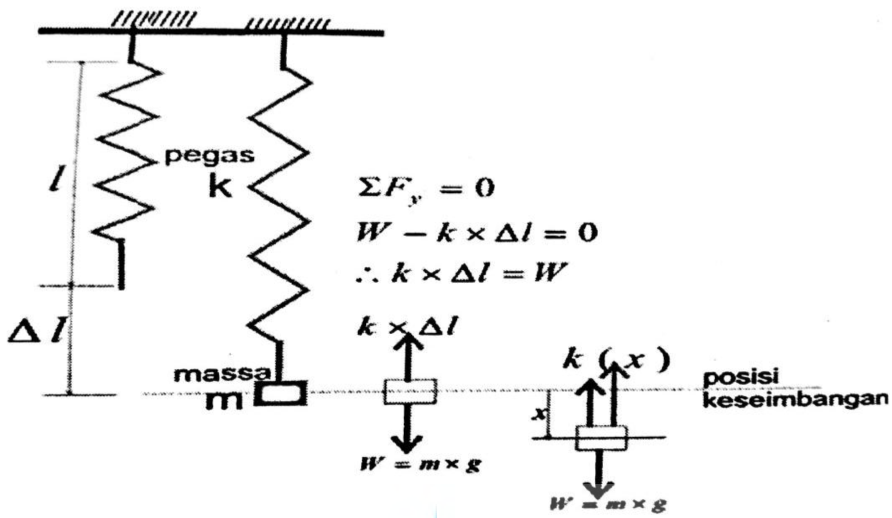
$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

(2.1)

$$f = \frac{1}{T}$$

2.2.2 Frekuensi Natural

Fenomena yang berkaitan erat dengan frekuensi natural adalah peristiwa resonansi, yaitu ikut bergetarnya sebuah benda karena getaran benda lain di sekitarnya. Frekuensi natural adalah frekuensi di mana sistem berosilasi ketika sistem itu terganggu.Untuk massa m dengan konstanta pegas k dan *displacement* x, *reosting force* dapat diuranikan dari hukum Newton II, yaitu $F = m.$ a sebagai berikut:



Gambar 2.3 Keseimbangan Gaya

$$\Sigma F_y = m\,.\,a$$

$$\mathrm{W} - \mathrm{k}\Delta\mathrm{l} - \mathrm{kx} = m\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{x}}{\mathrm{dt}^2} \qquad (2.2)$$

Karena W = kΔl maka:

$$m\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{x}}{\mathrm{dt}^2} = -\mathrm{kx} \qquad (2.3)$$

Dan didapat solusi untuk:

$$A = sin(\omega_n + \alpha) \qquad (2.4)$$

Frekunsi natural

$$\omega_n\sqrt{k/m} \qquad (2.5)$$

Frekuensi Hz

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi}\sqrt{k/m} \qquad (2.6)$$

2.3 GETARAN BEBAS (*FREE VIBRATION)*

Getaran bebas adalah getaran suatu benda yang di sebabkan oleh adanya gangguan awal seperti : gaya semestar, simpangan awal, kecepatan awal. Jadi yang disebut sebagai getaran bebas yaitu benda tersebut bergetar sendiri setelah bebas dari gangguan – gangguan tersebut di atas. Sistem yang bergetar bebas akan bergerak pada satu atau lebih frekwensi naturalnya, yang sifat sistem dinamik yang di bentuk oleh distribusi massa dan kekuatannya. Semua sistem yang memiliki massa dan elastisitas akan mengalami getaran bebas atau getaran yan terjadi tanpa rangsangan dari luar.(arif,2010)

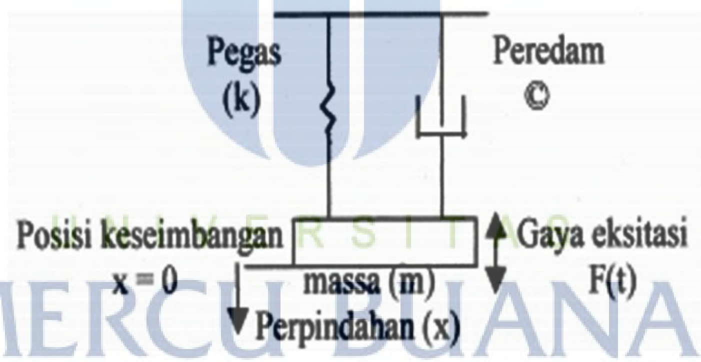
2.4 GETARAN PAKSA *(FORCE VIBRATION)*

Getaran paksa adalah getaran suatu benda yang di paksa oleh suatu gaya yang bekerja terus menerus dalam suatu kurun waktu atau getaran terjadi karena adanya rangsangan gaya luar, jika rangsangan berosilasi mak sistem dipaksa untuk bergerak pada fekwensi rangsangannya. Jika frekwensi rangsangannya sama dengan salah satu frekwensi pribadi system, maka akan di dapatkn resonasi dan osilasi besar yang berbahaya mungkin terjadi kerusakan pada struktur besar seperti jembata, gedung atau sayap pada pesawat terbang, merupakan kejadian yang sangat menakutkan yang di sebabkan oleh resonasi. Maka perhitungan frekwensi pribadi merupakan hal utama.(Joni,Dewanto.1999)

2.5 KLASIFIKASI GETARAN

Getaran dapat diklasifikasikan menurut ada tidaknya eksitasi yang bekerja secara kontinyu, menurut derajat kebebasannya atau menurut sistem massanya. Menurut klasifikasi yang pertama getaran dibedakan sebagai getaran bebas atau getaran paksa. Disebut sebagai getaran paksa jika pada sistem getaran terdapat gaya eksitasi periodik yang bekerja kuntinyu sebagai fungsi waktu. Pada sistem getaran bebas getaran terjadi karena adanya eksitasi sesaat seperti gaya *impulsif* atau adanya simpangan awal. Menurut derajat kebebasannya getaran dapat dibedakan sebagai getaran derajat satu, dua, atau n derajat sesuai dengan banyakya koordinat bebas (*independence*) yang diperlukan untuk mendefinisikan persamaan gerak sistem tersebut. Pada sistem getaran massa diskret setiap massa dianggap sebagai bodi kaku dan tidak mempunyai *elastisitas.* Sebaliknya pada sistem massa kontinu, massa yang bergetar tidak dianggap sebagai bodi kaku tetapi mempunyai elastisitas sehingga dimungkinkan adanya gerak relatif di antara titik-titik pada massa tersebut (Tse, F.S Morse, & I.E, Hingkle, 2003).

Elemen-elemen dari sistem getaran ditunjukkan sebagaimana gambar di bawah. Masing-masing diidealisasikan sebagai massa (m), pegas (k), peredam ©, dan eksitasi (F). Tiga elemen pertama menunjukkan kondisi fisik dari sistem. Keadaan fisik suatu sistem dapat dinyatakan sebagai massa, pegas dan peredam yang tersusun misalnya seperti pada gambar 1. Massa (m) diasumsikan sebagai *body* kaku (*rigid*) yang tidak memiliki elastisitas dan redaman. Sebaliknya pegas juga dianggap hanya memiliki elastisitas (k) saja sehingga massa dan redamannya diabaikan, demikian halnya, peredam juga dianggap hanya memiliki sifat redaman saja.



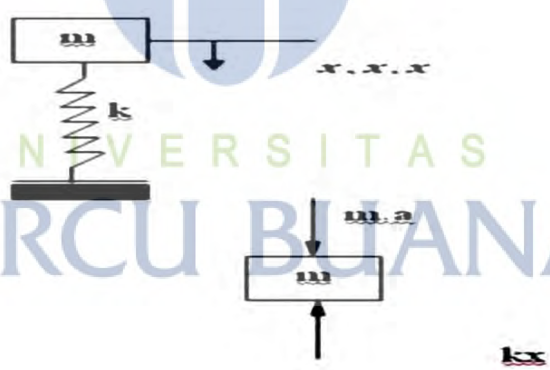
Gambar 2.4 *Elemen* Sistem Getaran

(Sumber: Tse, F.S Morse, & I.E, Hingkle, 2003)

Persamaan gerak massa (m) merupakan respon karena adanya eksitasi gaya (F). Karakteristik getaran biasanya ditunjukkan sebagai persamaan perpindahan, bukan persamaan kecepatan ataupun persamaan percepatan dari massa (m). Gaya pegas terjadi hanya jika terdapat defleksi relatif antara kedua ujung-ujungnya. Menurut hukum *Hooke's* besarnya gaya pegas sebanding dengan *defleksi relatif* tersebut. Konstanta kesebandingannya disebut konstanta pegas (k) dan dinyatakan dalam satuan gaya per satuan panjang. Untuk peredam viscous besarnya gaya redaman sebanding dengan kecepatan dan faktor kesebandingan disebut *koefsien* redaman ©. massa kontinyu memiliki n derajat kebebasan yang tak berhingga.

2.5.1 Pegas Sederhana

Contoh sistem getaran yang paling sederhana dapat dilihat pada Gambar 2.4 akan menjelaskan bagaimana proses dari getaran pada pegas yang bekerja secara *vertikal*. Sebuah pegas yang menunjang massa dianggap mempunyai massa yang dapat diabaikan dan mempunyai konstanta kelakuan k. Sistem mempunyai satu derajat kebebasan karena gerakannya digambarkan oleh koordinat x saja. Hukum *Newton* kedua adalah hukum pertama untuk menganalisis gerak sistem ini. Seperti yang ditunjukkan pada gambar, perubahan bentuk pegas pada posisi kesetimbangan statik adalah Δ dan gaya pegas, kΔ adalah sama dengan gaya gravitasi w yang bekerja pada massa m.

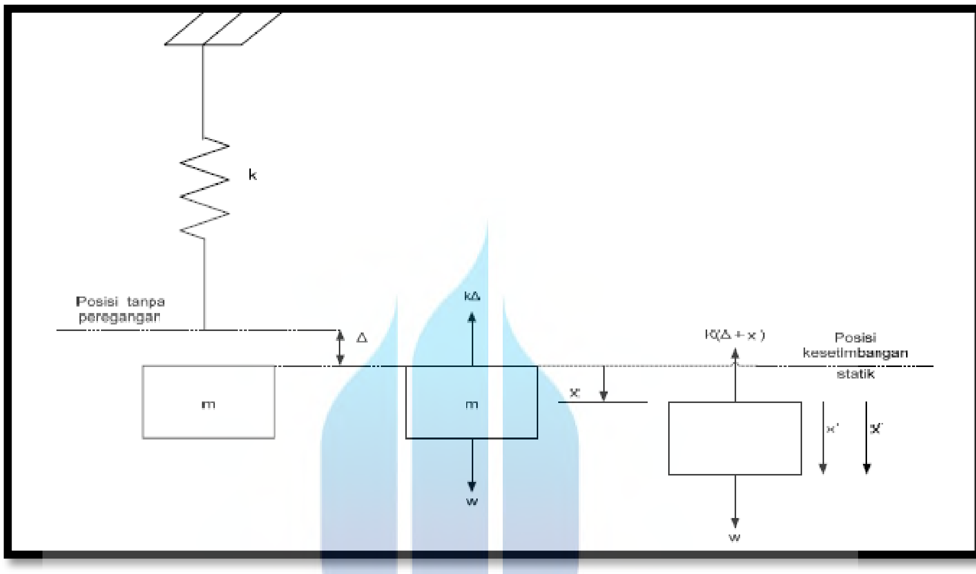


Gambar 2.5 *Mekanisme* Pegas Sederhana

(Sumber: Tse, F.S Morse, & I.E, Hingkle, 2003)

2.5.2 Getaran Bebas Tanpa Redaman

Getaran bebas terjadi jika sistem berosilasi karena bekerjanya gaya yang ada dalam sistem itu sendiri (inherent) dan jika ada gaya luas yang bekerja. Sistem yang bergetar bebas akan bergerak pada satu atau lebih frekuensi naturalnya, yang merupakan sifat sistem dinamika yang dibentuk oleh distribusi massa dan kekuatannya. Gambar 2.5 merupakan sistem pegas massa dan diagram benda bebasnya. Semua sistem yang memiliki massa dan elastisitas dapat mengalami getaran bebas atau getaran yang terjadi tanpa rangsangan luar (Thomson, 1986).



Gambar 2.6 Getaran Bebas Tanpa Peredam (Thomson, 1986)

Keterangan:

k = konstanta pegas (N/m)

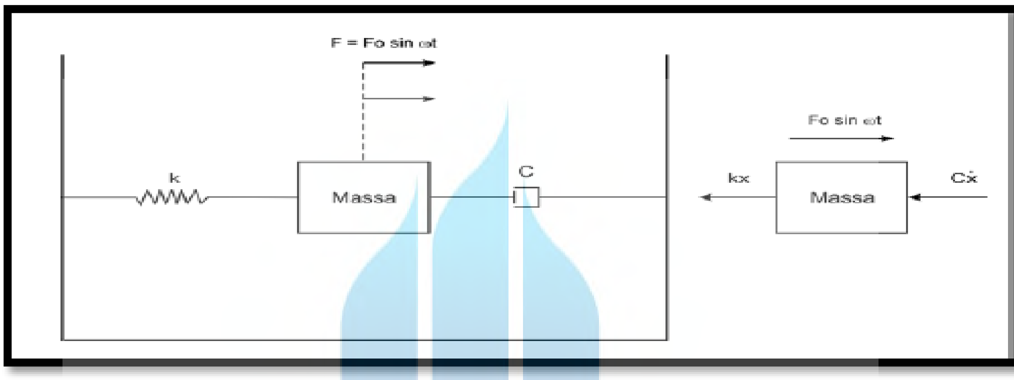
m = massa pemberat (kg)

x = simpangan (mm) (2.7)

Berikut Getaran bebas pada pegas tanpa redaman, Pada Gambar 2.6 merupakan model yang paling sederhana dimana sistem getaran yang redaman dianggap dapat diabaikan, dan tidak ada gaya luar yang mempengaruhi massa (getaran bebas). Gambar 2.6 menunjukan diagram benda bebasnya. Dalam keadaan ini gaya yang berlaku pada pegas F_s sebanding dengan panjang peregangan X, sesuai dengan *hukum hooke.*

2.5.3 Getaran Paksa Tanpa Redaman

Getaran paksa adalah getaran yang terjadi karena rangsangan gaya luar, jika rangsangan tersebut berosilasi maka sistem dipaksa untuk bergetar pada frekuensi rangsangan. Jika frekuensi rangsangan sama dengan salah satu frekuensi natural sistem, maka akan didapat keadaan resonansi dan osilasi besar yang akan mengakibatkan getaran yang sangat besar. Gambar 2.7 menunjukan model getaran paksa secara fisik.



Gambar 2.7 Model Fisik Getaran Paksa (Gupta, 1987)

Keterangan:

K= Konstanta Pegas (N/m)

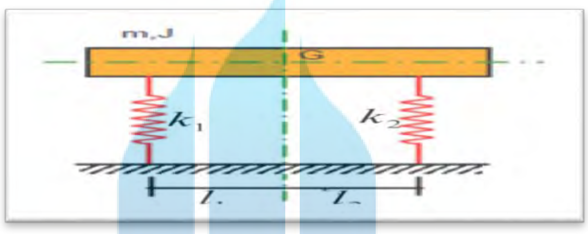
F= Elastisitas

C= Koefisien Peredam (N.sec/cm) (2.8)

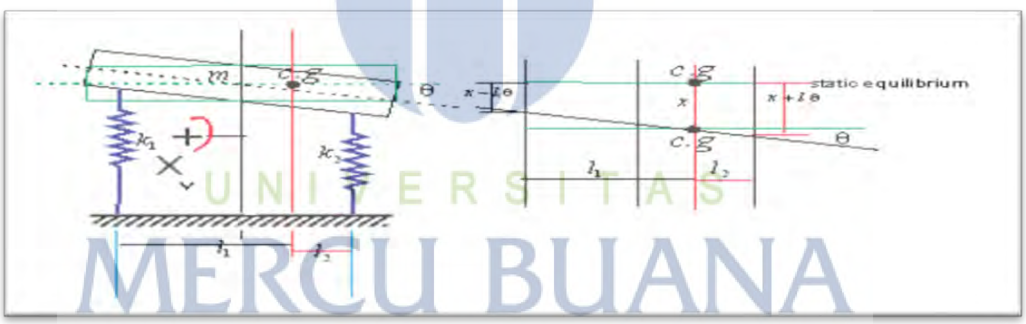
Walaupun banyak penerapan-penerapan yang berguna dari getaran bebas, namun ada lagi kelompok yang tidak kalah pentingnya dengan masalah dari getaran bebas, yaitu kelompok getaran paksa yang ditimbulkan oleh gaya-gaya gangguan. Gaya dapat diterapkan dari luar atau ditimbulkan dari sistem itu sendiri. Gaya gangguan yang timbul dari sistem itu sendiri dapat berupa massa tak seimbang yang berputar. Getaran paksa dapat juga ditimbulkan oleh gerak dari sistem landasan (pondasi).(Gupta, 1987)

2.6 TEORI PERSAMAAN GERAK GETARAN BEBAS SISTEM DUA DERAJAT KEBEBASAN

Pada Gambar (a) 2.8,terlihat sebuah balok dengan massa m dan moment inertia sebesar J yang ditopang oleh dua buah pegas k_1 dan k_2, sehingga balok akan mengalami getaran sistem dua derajat kebebasan,yaitu bergerak *vertical* (*heaving*, x) dan rotasional (*pitching* θ). Sistem tersebut mempunyai dua co-ordinates umum, x and θ. x adalah dalam co-ordinat *Cartesian* dan θ adalah dalam *Polar co-ordinate* sistem. Untuk *displacement* sangat kecil,maka sistem tersebut bergerak seperti yang ditunjukkan dalam Fig.2.8 (b). (Abdul Hamid 2011)



(a)



(b)

Gambar 2.8 (a) *Sistem Two Degree of Freedom Undamped Free Vibration*

(Sumber: Abdul Hamid 2011)

Disini,

m : massa sistem

J : Mass Inertia

c.g : centre gravity

Dari Hukum *Newton* II ,maka persamaan gerak dalam koordinat $x(t)$ dan $\theta(t)$ dari dapat diturunkan sebagai berikut :

$m\ \ddot{x} = \sum$ (gaya)

$m\,\ddot{x} = -k_1(x - l_1\theta) - k_1 \quad (x + l_1\theta)$

$m\ddot{x} + k_1(x - l_1\theta) + k_2(x + l_2\theta) = 0$

$$m\ddot{x} + (k_1 + k_2)x - (k_1 l_1 - k_2 l_2)\theta = 0 \qquad (2.9)$$

Dan.

$J_{c.g}\ddot{\theta} = \sum\ (moment)$

$J_{c.g}\ddot{\theta} = k_1(x - l_1\theta)l_1 - k_2(x + l_2\theta)l_2$

$J_{c.g}\ddot{\theta} - k_1(x - l_1\theta)l_1 + k_2(x + l_2\theta)l_2 = 0$

$$J_{c.g}\ddot{\theta} - (k_1 l_1 - k_2 l_2)x + (k_1 l_1^2 - k_2 l_2^2)\theta = 0 \qquad (2.10)$$

Setelah pers. (2.9) dan pers.(2.10) disusun kembali didapat persamaan gerak untuk *undamped free vibration* sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J_{c.g} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & (k_2 l_2 - k_1 l_1) \\ (k_2 l_2 - k_1 l_2) & k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad (2.11)$$

Partikular integrals yang menyatakan response dari *steady state system* tersebut dapat diasumsikan dalam bentuk :

$x = A_1 \sin \omega t \Rightarrow \ddot{x} = -\omega^2 A_1 \sin(\omega t)$ (i)

$$\theta = \theta_\circ \sin \omega t \Rightarrow \ddot{\theta} = -\omega^2 \theta_\circ \sin(\omega t) \quad \text{(ii)} \qquad (2.12)$$

Dengan mensubstitusikannya ke persamaan gerak (2.13) diatas,didapat

$$-mA\omega^2 + (k_1 + k_2)A + (k_2 l_2 - k_1 l_1)\theta_o = 0$$

$$-J\theta_o\omega^2 + (k_2 l_2 - k_1 l_1)A + (k_1 l_1{}^2 + k_2 l_2{}^2)\theta_o = 0 \qquad (2.13)$$

Atau dalam bentuk matrix

$$\begin{bmatrix} k_1 + k_2 - m\omega^2 & k_2 l_2 - k_1 l_1 \\ k_2 l_2 - k_1 l_1 & k_1 l_1{}^2 + k_2 l_2{}^2 - J\omega^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ \theta_o \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{2.14}$$

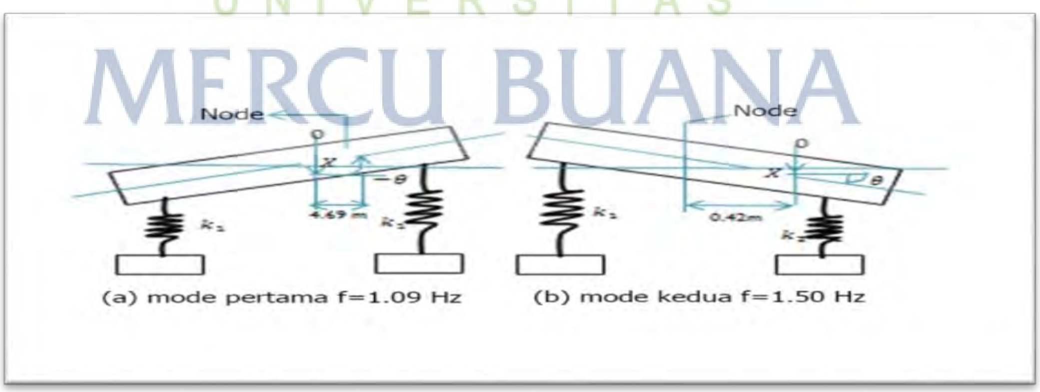
Dari pers. (2.14) diatas ,didapat persamaan frequency sebagai berikut :

$$\Delta(\omega) = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 - \omega^2 m & k_2 l_2 - k_1 l_1 \\ k_2 l_2 - k_1 l_1 & k_1 l_1^2 + k_2 l_2{}^2 - \omega^2 J_{C.G.} \end{bmatrix} = 0 \tag{2.15}$$

Dengan meng-expand determinant dan memecahkannya akhirnya didapat.

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{1}{2}\left[\frac{k_1 + k_2}{m} + \frac{k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2}{J_{c.g}} \mp \sqrt{\left(\frac{k_1 + k_2}{m} + \frac{k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2}{J_{c.g}}\right)^2 - \frac{4k_1 k_2 (l_1 + l_2)^2}{mJ_{c.g}}} \right] \tag{2.16}$$

2.7 MODE GERAK GETARAN BEBAS SISTEM DUA DERAJAT TANPA PEREDAM



Gambar 2.9 Prinsip Mode Gerak Dua Derajat Kebebasan

(Abdul hamid, 2012)

Data dari dan persamaan yang diberikan, di dapat.

$$\frac{k_1 + k_2}{m} = a \ldots \qquad \frac{k_1 l_1 - k_2 l_2}{m} = b \ldots \tag{2.17}$$

$$\frac{k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2}{j_0} = c \ldots \quad \frac{4k_1 k_2 (l_1 + l_2)^2}{m j_0} = d \ldots \tag{2.18}$$

$$\omega_{1.2}^2 = \tfrac{1}{2}\left[a + c \pm \sqrt{(a+b)^2} - d\right] = \begin{cases} 0.. \\ 0.. \end{cases} \tag{2.19}$$

$$\omega_{1.2} = \begin{cases} 0.\frac{rad}{s} = 1.09Hz \\ 0.\frac{rad}{s} = 1.50Hz \end{cases} \tag{2.20}$$

Ratio untuk kedua mode getaran adalah

$$\frac{x}{\theta} = \frac{(k_{1l_1})/m}{k_1 + k_2)/m - \omega_{1.2}^2} = \frac{-b}{a - \omega_{1.2}^2} = \begin{cases} -0.\frac{m}{rad} \\ \ \ 0.\frac{m}{rad} \end{cases} \tag{2.21}$$

Dari persamaan dua mode getaran ditunjukan secara sistem pada gambar 2.9 bentuk mode pada frekuensi pertama 1.09 Hz adalah $\{x \quad \theta\} = \{1 \quad -1/4.69\}$ jadi bila $x(t)$ positif $\theta(t)$ negative dari arah rotasi yang diasumsikan, ketika $x(t) = 1$ m. $\theta(t) = -1146.69 rad$, yaitu simpul adalah 4.69 m dari cg beam. Demikian pula dari mode gerak mode pada frekuensi kedua 1.50 Hz, bentuk modenya adalah $\{x \quad \theta\} = \{1 \quad 1/0.42\}$.

Dari gambar 2.9 mode gerakan $x(t) dan \theta(t)$ adalah.

$$\begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1/4.69 \end{bmatrix} A_{11} \sin(6.38t + \psi_1) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1/0.42 \end{bmatrix} A_{12} \sin(9.40t + \psi_2) \tag{2.22}$$